

# I Processi di Diffusione di Beni e Servizi: Estensione delle Equazioni di Riccati e Bass.

- ◆ Il Conte Jacopo Riccati (1676-1754)
- ◆ Studi epidemiologici e demografici
- ◆ Primi tentativi nel Marketing:
- ◆ Metodologie essenzialmente qualitative
- ◆ Rogers (1962): Classificazione degli adottanti o delle adozioni: Innovatori, Imitatori, altri.
- ◆ Prima metodologia “analitica” nel Marketing:
- ◆ Modello di Bass, *Management Science* (1969)

# L'Equazione di Riccati

$$y' + ay^2 + by + c = 0$$

- Siano  $r_1 < r_2$  radici reali e distinte di

$$ay^2 + by + c = 0$$

- Soluzione passante per l'origine (0,0):

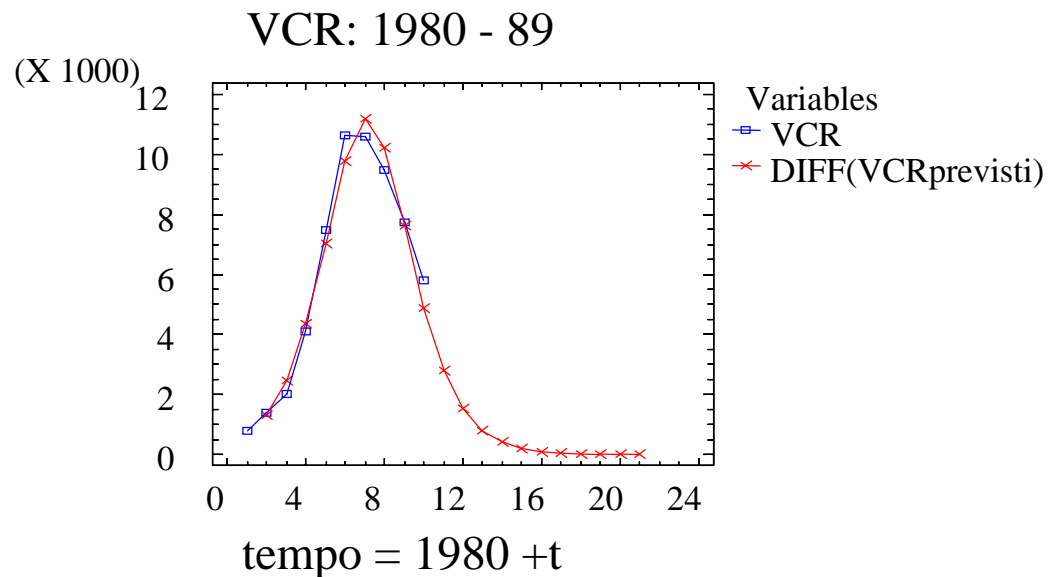
$$y = \frac{1 - e^{-a(r_2 - r_1)t}}{\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} e^{-a(r_2 - r_1)t}}$$

# Modello di Bass

- ◆ Diffusione delle Innovazioni
- ◆ Centinaia di pubblicazioni: applicazioni, aggiustamenti ed estensioni
- ◆ Ruolo centrale del modello di Bass come caso particolare dell'equazione di Riccati.
- ◆ Aspetti storici e potenzialità interpretative
- ◆ Logica semplificata dei processi diffusivi
- ◆ Generalizzabilità empirica e metodo scientifico

# Generalizzazioni Empiriche: Spesso i Processi di Diffusione Unimodali assomigliano alla curva di Bass

## Diffusione dei VCR



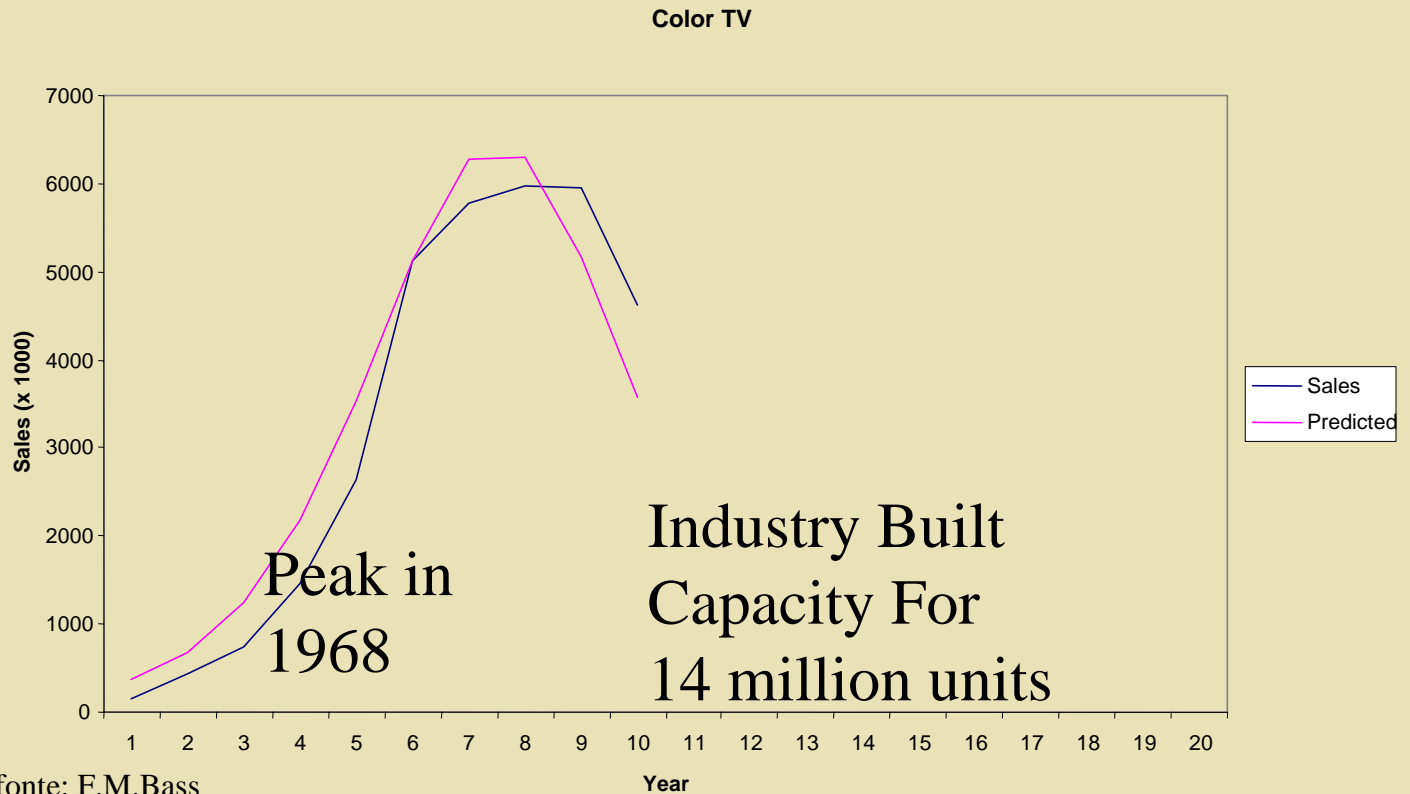
# Aspetti Storici:

Frank M. Bass (1969),  
“A New Product Growth Model  
For Consumer Durables”,

*Management Science*, 15, 215-227

Working Paper di base:  
1966

# Previsione dei TV-Color, 1966





# Generalizzazioni empiriche, Induzioni e Metodo Scientifico

- ◆ Filosofia della Scienza: Popper (1950?)
- ◆ Falsificabilità delle Teorie Scientifiche
- ◆ Descrizione, Induzione e Previsione: la Statistica
- ◆ *Marketing Science* (1995) numero speciale sul metodo scientifico
- ◆ Generalizzazioni empiriche nel Marketing
- ◆ Modelli qualitativi e quantitativi della Statistica
- ◆ “Ragionare per modelli”: controllabilità empirica


# L'Equazione di Bass

- ◆  $f(t)/[1-F(t)]=p+qF(t)+(1-p-q)0$  **Hazard rate**
- ◆  $z'(t)=mf(t)$  (vendite o adozioni istantanee)
- ◆  $z(t)=mF(t)$  (vendite o adozioni cumulate)
- ◆  $m$ =mercato totale raggiungibile
- ◆  $p$ =coefficiente di **innovazione**,  $p \geq 0$
- ◆  $q$ =coefficiente di **imitazione**,  $q \geq 0$
- ◆  $z'(t)=mf(t)=m[p+qF(t)][1-F(t)]$  oppure
- ◆  $z' = pm+(q-p)z-(q/m)z^2$  (**Riccati equation**)



# Soluzione dell'Equazione

- ◆  $z = mF(t) = m[1 - e^{-(p+q)t}] / [1 + (q/p)e^{-(p+q)t}]$
- ◆  $z'(t) = z' = m f(t) =$   
 $m[(p+q)^2/p]e^{-(p+q)t} / (1 + (q/p)e^{-(p+q)t})^2$
- ◆  $t^* = [\text{Ln}(q/p)] / (p+q)$  tempo di picco massimo
- ◆  $z'(t^*) = m(p^2 / 4q + q/4 + p^2)$  picco massimo
- ◆  $z(t^*) = m(1/2 - p/2q)$  saturazione al picco



# Equazione di Bass:

## Casi particolari per $p=0$ e $q=0$

- ◆  $q=0$ , Modello Monomolecolare, (solo innovatori); Fourt e Woodlock, (1960) Grocery Products, *Journal of Marketing*
- ◆  $p=0$ , Modello Logistico, (solo imitatori); Verhulst (1838); Mansfield, (1961), Industrial Products Locomotives, *Econometrica*

# Perché l'Equazione di Bass descrive una Saturazione ?

- ◆  $z' = [p + qz/m][m - z]$ , ove  $z = mF(t)$  descrive il mercato raggiunto
- ◆  $z' = z'(t) = m[p + qF(t)][(1 - F(t))]$



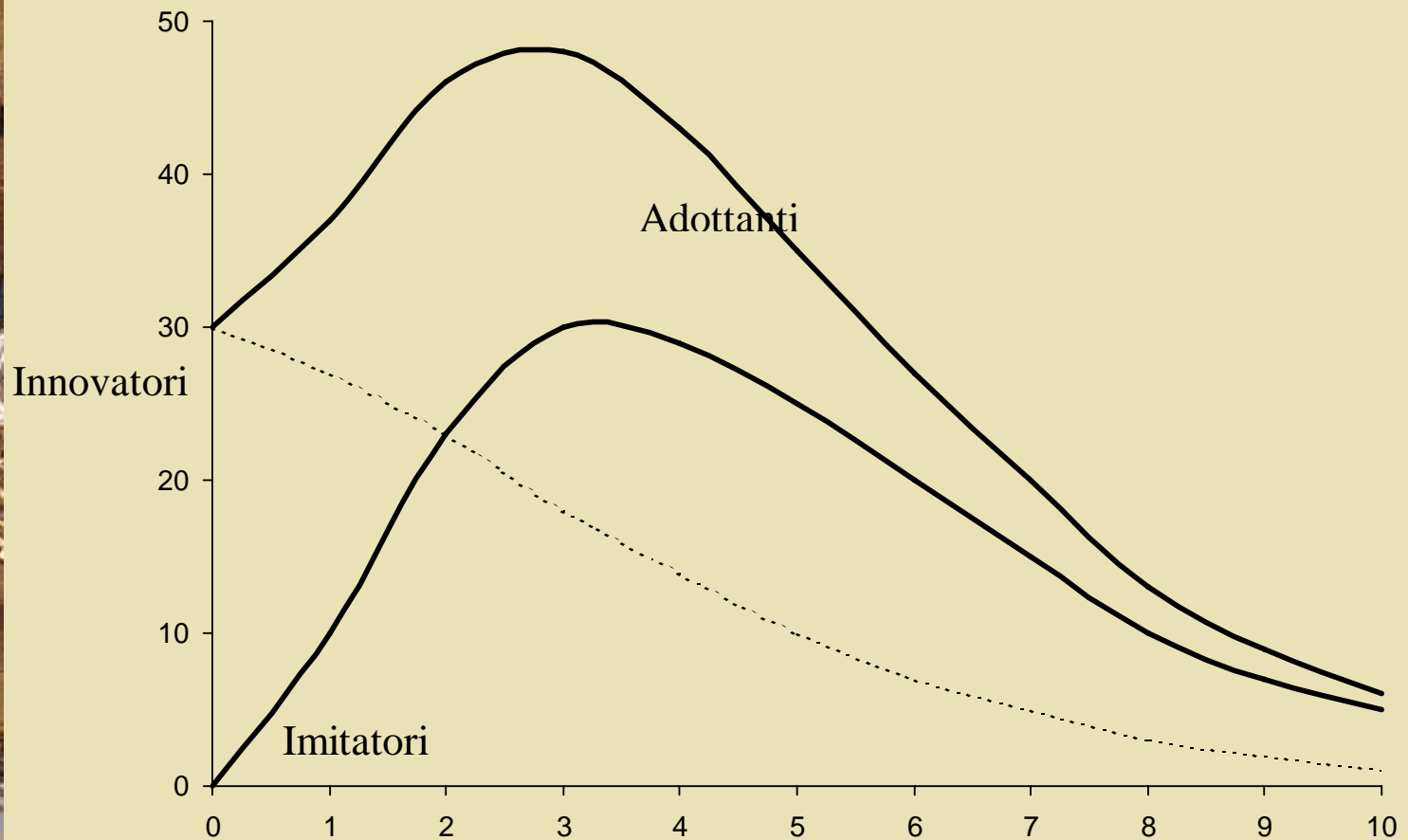
Cresce tra 0 e 1  
al crescere di t



Decresce tra 1 e 0  
al crescere di t

# Modello di Diffusione di Bass

Illustrazione delle adozioni:  $m=300$ ;  $p=0,1$ ;  $q=0,4$



# Proiettori da 35 mm

•BM: standard

Nonlinear Regression

-----  
Dependent variable: Proiet35c

Independent variables:

t

Function to be estimated:  $m \cdot$

$(1 - \text{EXP}(-(p+q) \cdot t)) / (1 + (q/p) \cdot \text{EXP}(-(p+q) \cdot t))$

Initial parameter estimates:

m = 2,9E6

p = 0,01

q = 0,1

Estimation method: Marquardt

Estimation stopped due to convergence of parameter estimates

Number of iterations: 5

Number of function calls: 21

# Proiettori da 35 mm

## Estimation Results

Parameter	Estimate	Standard Error	Asymptotic 95,0% Confidence Interval	
			Lower	Upper
m	3,36587E6	30625,4	3,30177E6	3,42997E6
p	0,0101113	0,0000800337	0,00994379	0,0102788
q	0,171814	0,00205386	0,167515	0,176113

## Analysis of Variance

Source	Sum of Squares	Df	Mean Square
Model	4,05095E13	3	1,35032E13
Residual	8,67141E8	19	4,5639E7
Total	4,05104E13	22	
Total (Corr.)	1,43435E13	21	

•BM: standard

R-Squared = 99,994 percent

R-Squared (adjusted for d.f.) = 99,9933 percent

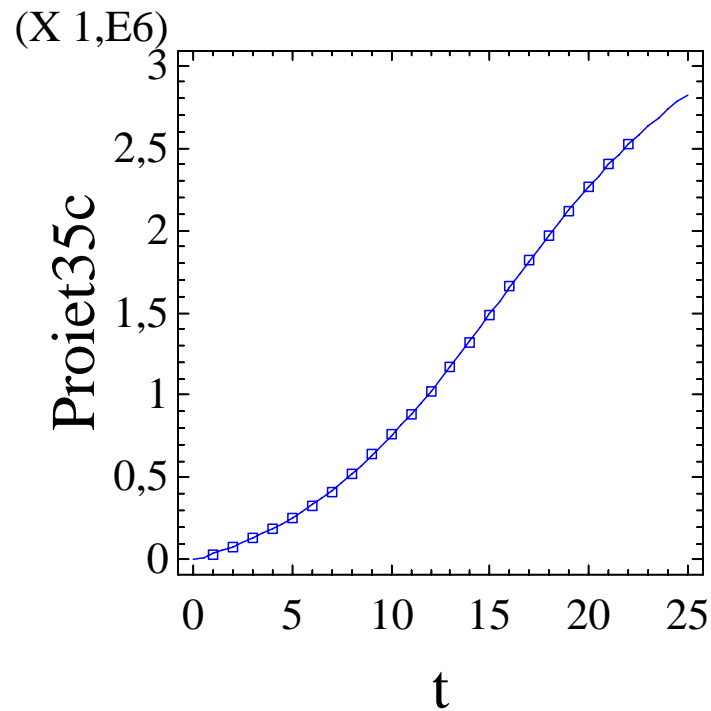
Standard Error of Est. = 6755,66

Mean absolute error = 4863,51

Durbin-Watson statistic = 0,90616

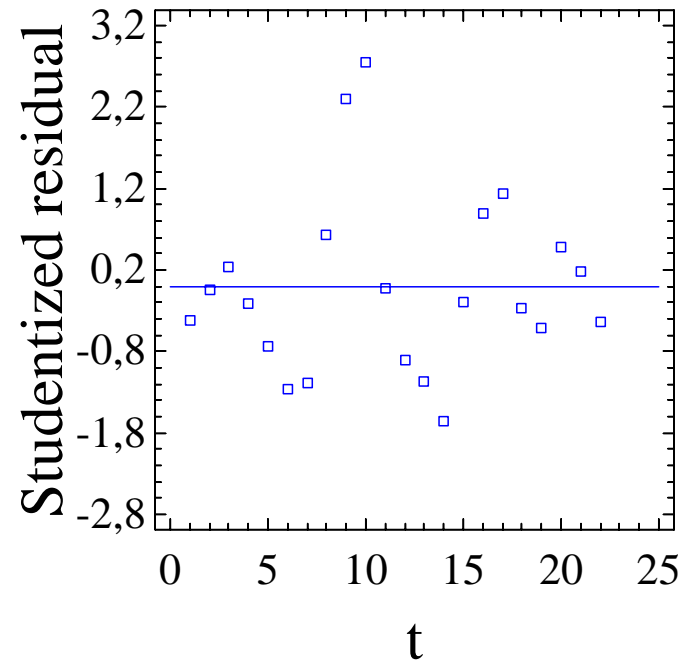
# Proiettori da 35 mm

Proiettori da 35 mm: 1965-86



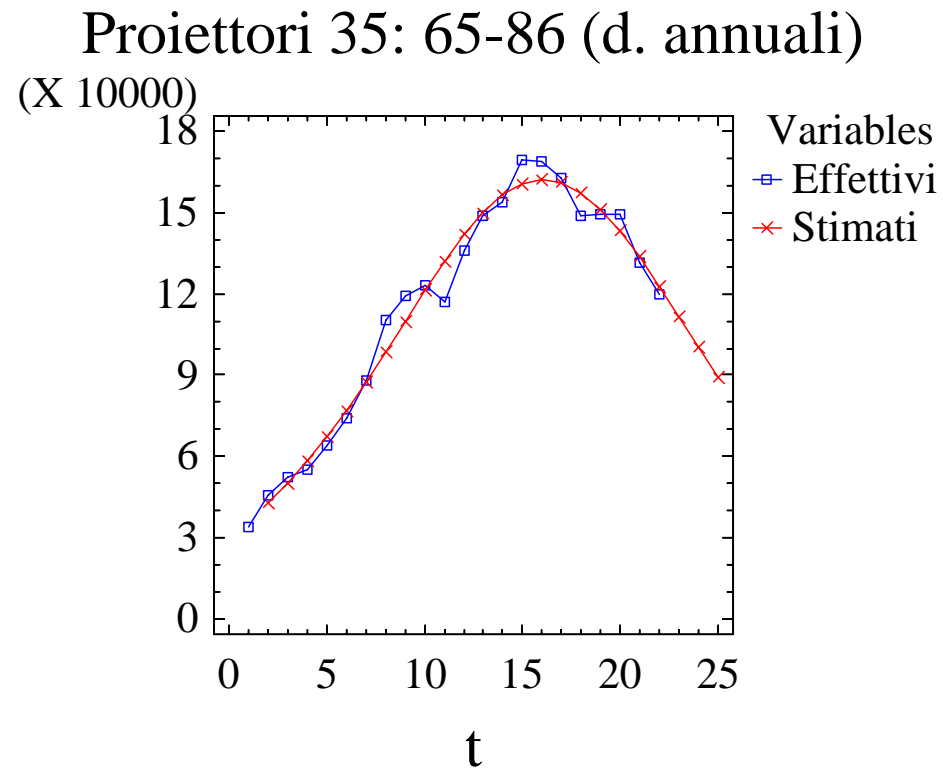
# Proiettori da 35 mm

Proiettori 35 mm: 1965-86, residui



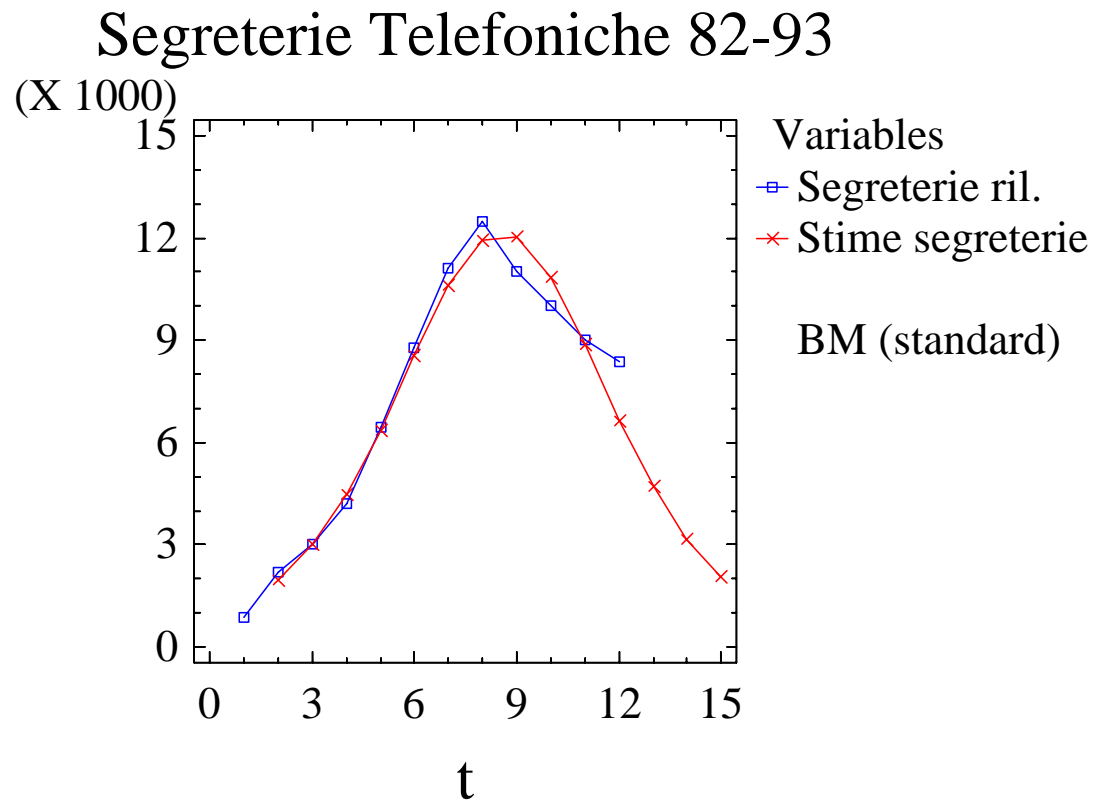


# Proiettori da 35 mm



# Una generalizzazione empirica

- Segreterie telefoniche 1982-93



# Una generalizzazione empirica

## •Segreterie telefoniche 1982-93

Nonlinear Regression

Dependent variable: amc

Independent variables:

t

Function to be estimated:  $m \cdot (1 - \text{EXP}(-(p+q) \cdot (t + (c1/b1) \cdot (\text{EXP}(b1 \cdot (t-a1)) - 1) \cdot (a1 \leq t)))) / (1 + (q/p) \cdot \text{EXP}(-(p+q) \cdot (t + (c1/b1) \cdot (\text{EXP}(b1 \cdot (t-a1)) - 1) \cdot (a1 \leq t))))$

Initial parameter estimates:

m = 100000,0

p = 0,00991

q = 0,461

c1 = 0,1

b1 = -0,1

a1 = 7,0

Estimation method: Marquardt

Estimation stopped due to convergence of residual sum of squares.

Number of iterations: 18

Number of function calls: 144

# Una generalizzazione empirica

## Estimation Results

Parameter	Estimate	Asymptotic Standard Error	Asymptotic 95,0% Confidence Interval	
			Lower	Upper
m	108006,0	5206,34	95266,8	120746,0
p	0,00871433	0,000250529	0,00810131	0,00932736
q	0,473509	0,0113442	0,445751	0,501268
c1	-0,307715	0,0853316	-0,516515	-0,0989161
b1	-0,306383	0,412023	-1,31457	0,701805
a1	8,38274	0,236641	7,8037	8,96179

## Analysis of Variance

Source	Sum of Squares	Df	Mean Square
Model	2,72839E10	6	4,54732E9
Residual	246761,0	6	41126,9
Total	2,72842E10	12	
Total (Corr.)	1,07776E10	11	

R-Squared = 99,9977 percent

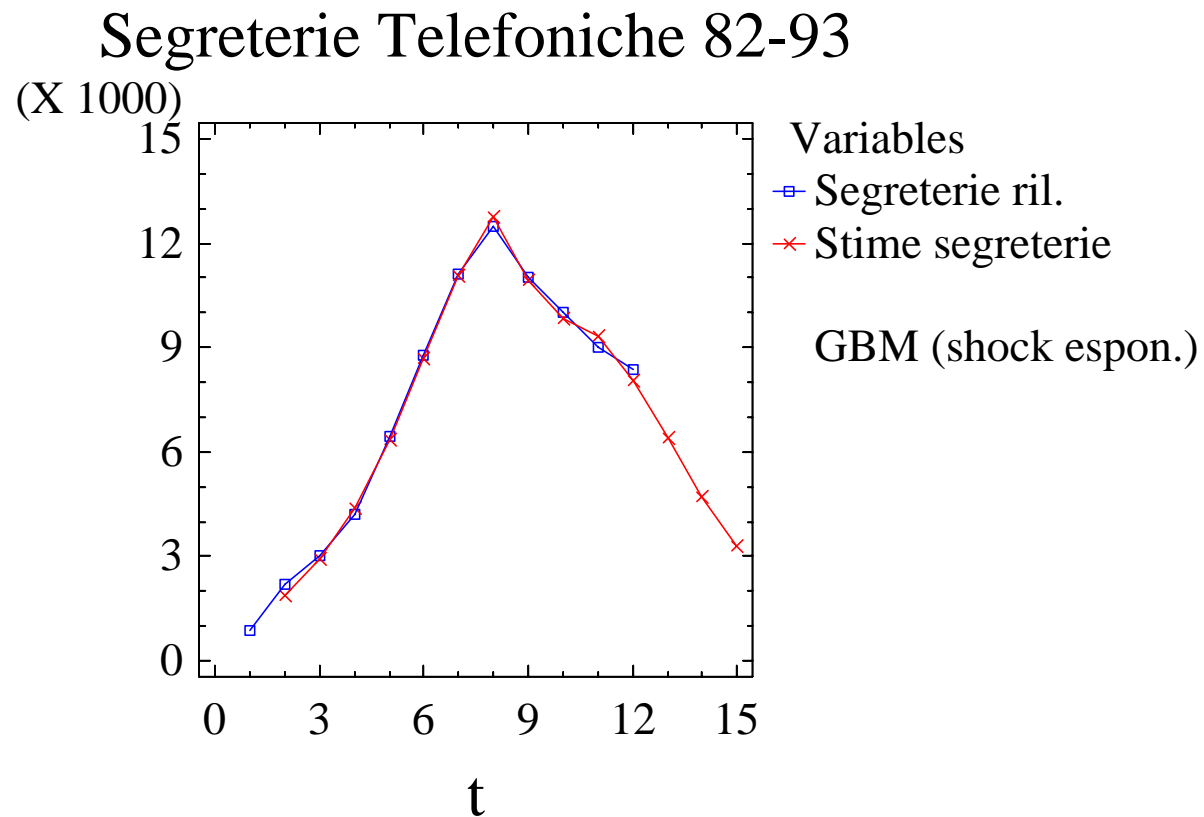
R-Squared (adjusted for d.f.) = 99,9958 percent

Standard Error of Est. = 202,798

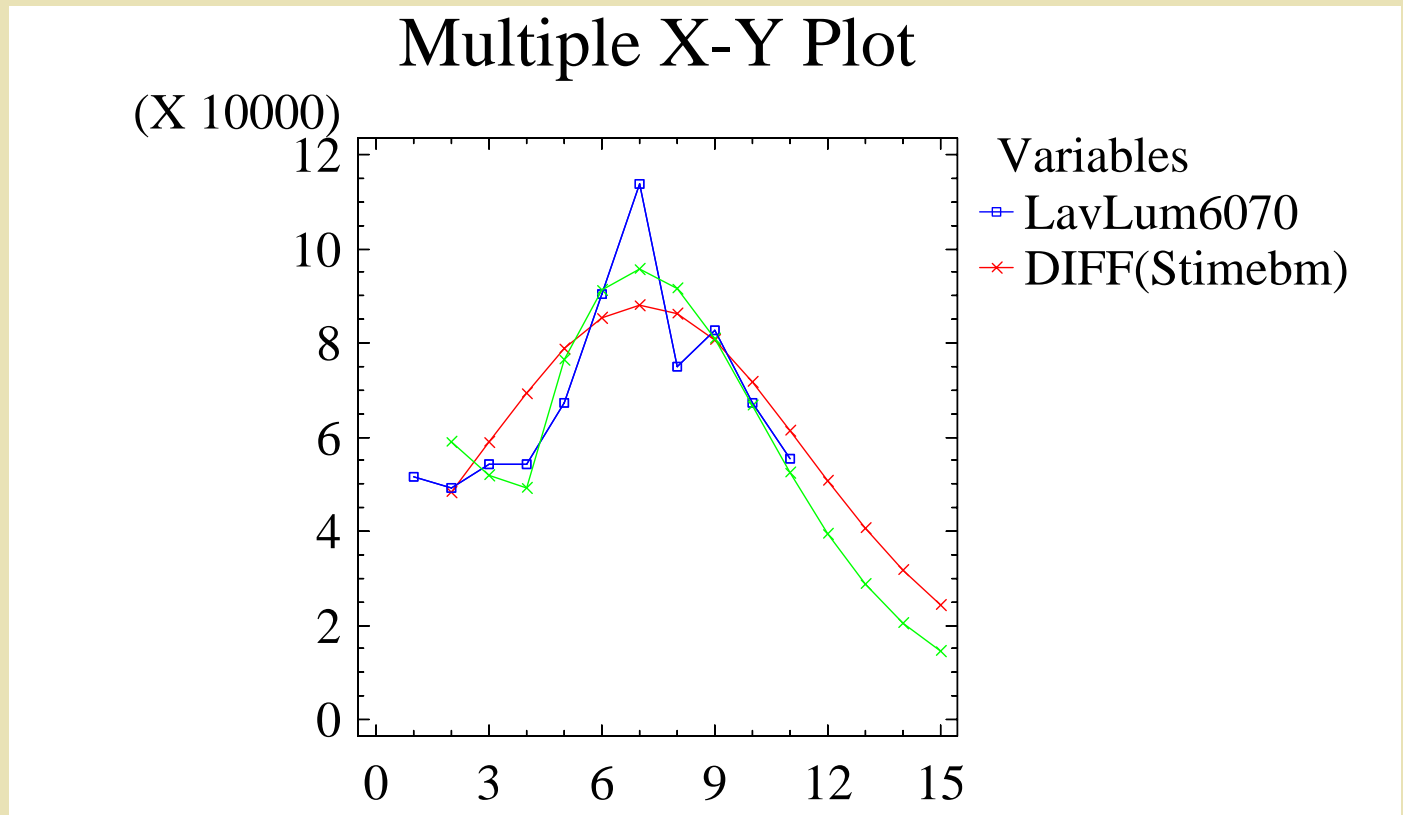
Mean absolute error = 113,859

Durbin-Watson statistic = 1,91961

# Una generalizzazione empirica



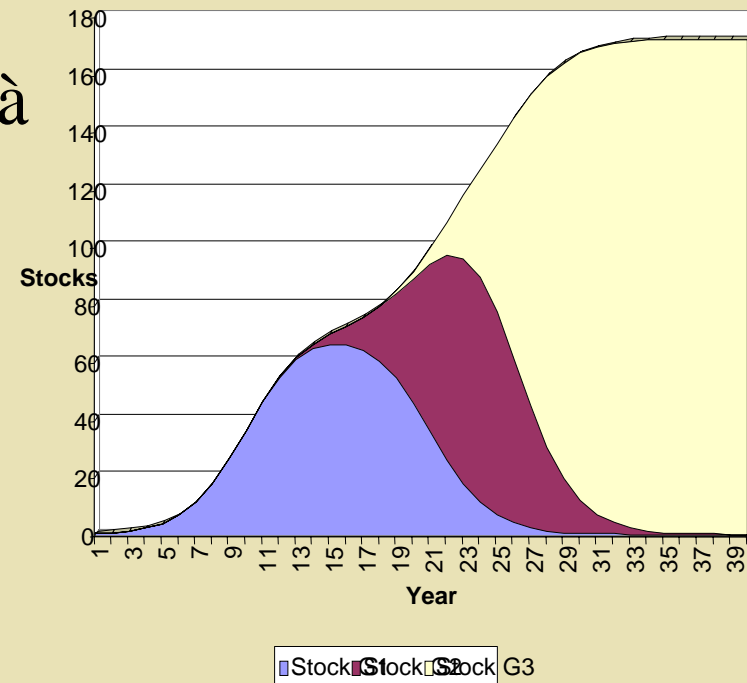
# Lavagne Luminose 1960-70



# Generazioni successive

- ◆ Cicli di Vita Condizionati dall'Insorgere di una Innovazione
- ◆ Perdita della Stazionarietà
- ◆ Cattura o Migrazione: parziale o completa
- ◆ Generazioni Successive di Tecnologie
- ◆ Norton & Bass (87,92)

Stock by Generations, Wireless Phones, 19



fonte: F.M.Bass

# Migrazione Parziale e Crescita

- ◆ Due Generazioni: Migrazione Parziale
- ◆  $S_{1,t} = F(t_1)m_1 - F(t_2)[F(t_1)m_1 - k_1] =$   
 $= F(t_1)m_1[1 - F(t_2)] + k_1 F(t_2); \quad \rightarrow k_1$
- ◆  $S_{2,t} = F(t_2)m_2 + F(t_2)[F(t_1)m_1 - k_1] =$   
 $= F(t_2)[m_2 + F(t_1)m_1 - k_1]; \quad \rightarrow [m_2 + m_1 - k_1]$
- ◆  $m_i$  = picchi potenziali propri di ogni generazione
- ◆  $t_i = (t - c_i)$  tempo trascorso dall'introduzione della nuova generazione al tempo  $c_i$  (parametro o dato)
- ◆  $F(t_i)$  Modello di Bass standard funzione dei parametri  $p$  e  $q$  assunti costanti fra le generazioni



# Cattura, Migrazione e Crescita

- ◆ Quattro Generazioni: Migrazione Completa
- ◆  $S_{1,t} = F(t_1)m_1[1-F(t_2)]$ ;  $m_1$  = picco potenziale I Gen.
- ◆  $S_{2,t} = F(t_2)[m_2 + F(t_1)m_1][1-F(t_3)]$
- ◆  $S_{3,t} = F(t_3)\{m_3 + F(t_2)[m_2 + F(t_1)m_1]\}[1-F(t_4)]$
- ◆  $S_{4,t} = F(t_4)[m_4 + F(t_3)\{m_3 + F(t_2)[m_2 + F(t_1)m_1]\}]$
- ◆  $m_i$  = picchi potenziali propri di ogni generazione
- ◆  $t_i = (t - c_i)$  tempo trascorso dall'introduzione della nuova generazione al tempo  $c_i$
- ◆  $F(t_i)$  Modello di Bass standard funzione dei parametri  $p$  e  $q$  assunti costanti fra le generazioni



# Cattura, Migrazione e Crescita: Mercato Complessivo e Stime

- ◆ Quattro Generazioni: Migrazione Completa
- ◆  $Y_t = S_{1,t} + S_{2,t} + S_{3,t} + S_{4,t}$  Mercato Complessivo
- ◆  $Y_t = F(t_1)m_1 + F(t_2)m_2 + F(t_3)m_3 + F(t_4)m_4$
- ◆  $m_i$  = picchi potenziali propri di ogni generazione ,
- ◆  $t_i = (t - c_i)$  tempo trascorso dall'introduzione della nuova generazione al tempo  $c_i$
- ◆  $F(t_i)$  Modello di Bass standard funzione dei parametri  $p$  e  $q$  assunti costanti fra le generazioni
- ◆ Parametri:  $m_1, m_2, m_3, m_4, c_1, c_2, c_3, c_4, p, q$  .

# Cattura – Migrazione nei supporti DRAMS

## Norton e Bass: *Management Science* (1987)

Nonlinear Regression

Dependent variable: A41664256

Independent variables:

t

Function to be estimated:

$$m1 * (1 - \text{EXP}(-(p+q)*t)) / (1 + (q/p) * \text{EXP}(-(p+q)*t)) + \\ m2 * (t > c2) * (1 - \text{EXP}(-(p+q)*(t-c2))) / (1 + (q/p) * \text{EXP}(-(p+q)*(t-c2))) + \\ m3 * (t > c3) * (1 - \text{EXP}(-(p+q)*(t-c3))) / (1 + (q/p) * \text{EXP}(-(p+q)*(t-c3))) + \\ m4 * (t > c4) * (1 - \text{EXP}(-(p+q)*(t-c4))) / (1 + (q/p) * \text{EXP}(-(p+q)*(t-c4)))$$

Initial parameter estimates:

m1 = 20,0

p = 0,0077

q = 0,3372

m2 = 40,0

c2 = 11,94

m3 = 320,0

c3 = 28,78

m4 = 850,0

c4 = 41,32

Estimation method: Marquardt

Estimation stopped due to convergence of parameter estimates.

Number of iterations: 16

Number of function calls: 179



Coll-a dramst.sgp.Ink

# Cattura – Migrazione nei supporti DRAMS

## Norton e Bass: *Management Science* (1987)

### Estimation Results

Parameter	Estimate	Asymptotic Standard Error	Asymptotic 95,0% Confidence Interval	
			Lower	Upper
m1	17,4283	1,90783	13,5552	21,3014
p	0,00771161	0,00245907	0,00271943	0,0127038
q	0,324405	0,0208406	0,282097	0,366714
m2	45,2891	2,78793	39,6293	50,9489
c2	11,7574	0,878941	9,97302	13,5417
m3	303,178	16,5027	269,675	336,68
c3	28,9995	0,866866	27,2397	30,7594
m4	1446,34	842,366	-263,759	3156,43
c4	43,1676	4,55869E-7	43,1676	43,1676

### Analysis of Variance

Source	Sum of Squares	Df	Mean Square
Model	477254,0	9	53028,3
Residual	204,733	35	5,84951
Total	477459,0	44	
Total (Corr.)	283508,0	43	

R-Squared = 99,9278 percent

R-Squared (adjusted for d.f.) = 99,9113 percent

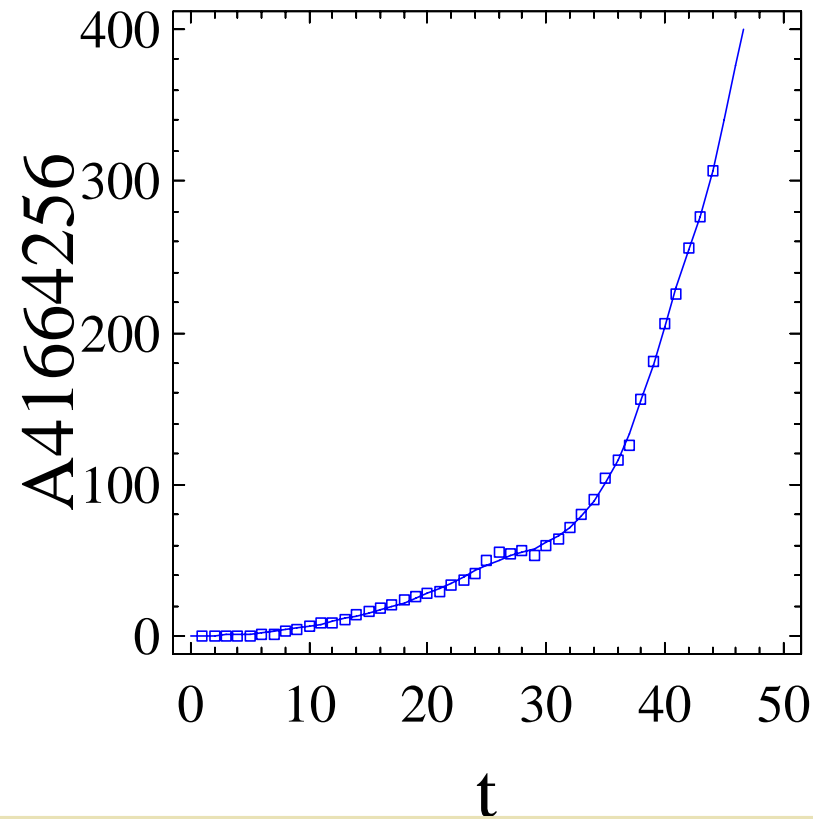
Standard Error of Est. = 2,41858

Mean absolute error = 1,53244

Durbin-Watson statistic = 1,60715

Cattura – Migrazione nei supporti DRAMS  
Norton e Bass: *Management Science* (1987)

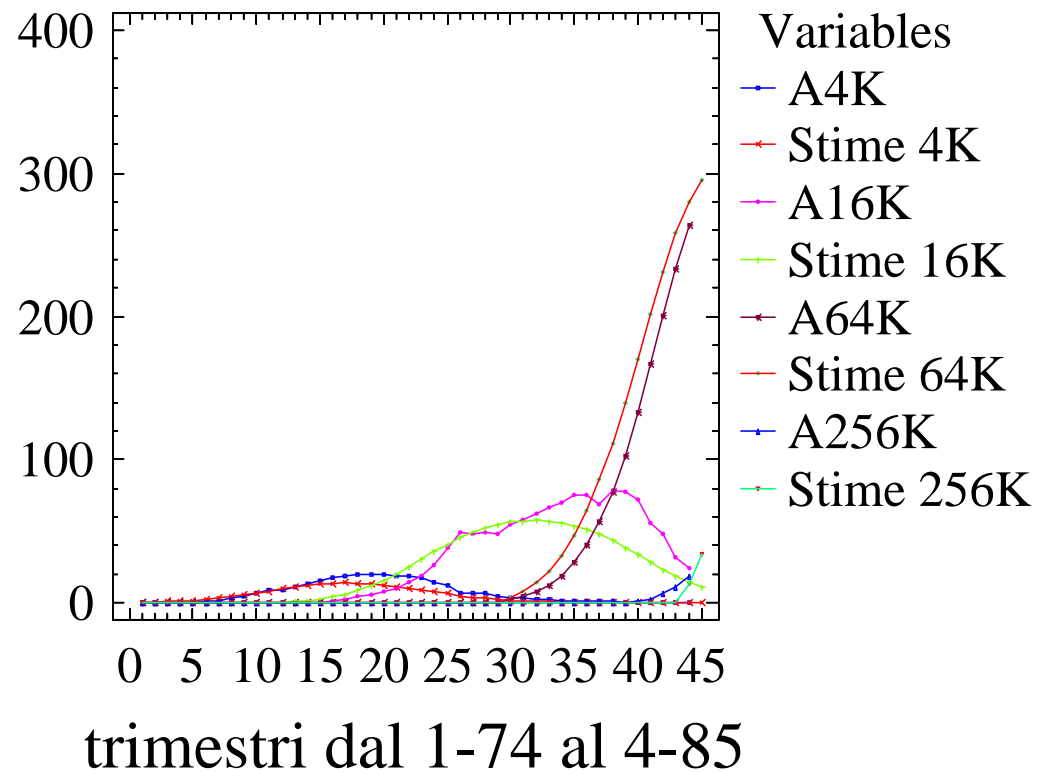
## DRAMS 4K+16K+64K+256K



# Cattura – Migrazione nei supporti DRAMS

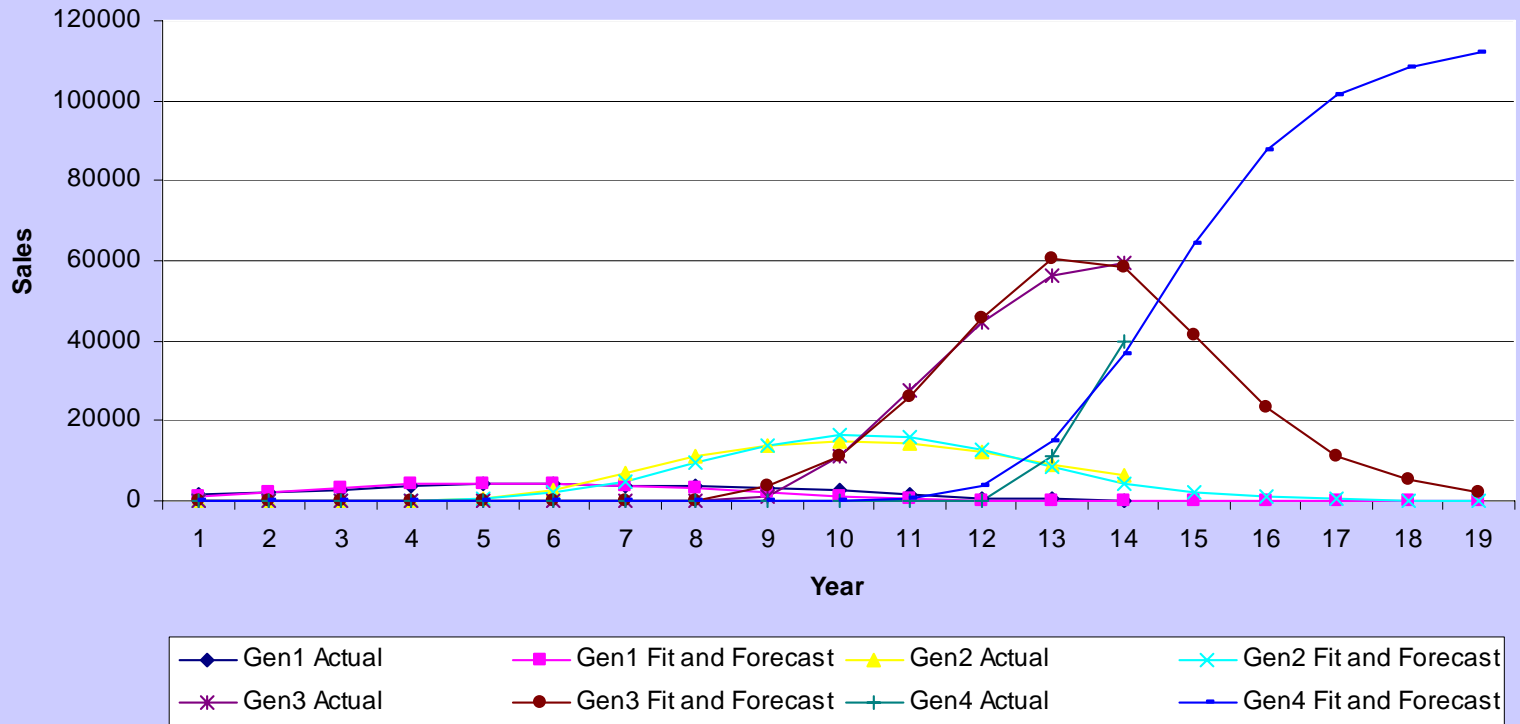
Norton e Bass: *Management Science* (1987)

## DRAM (Dynamic Random Access Memory)



# Migrazione tra Generazioni di Mainframe

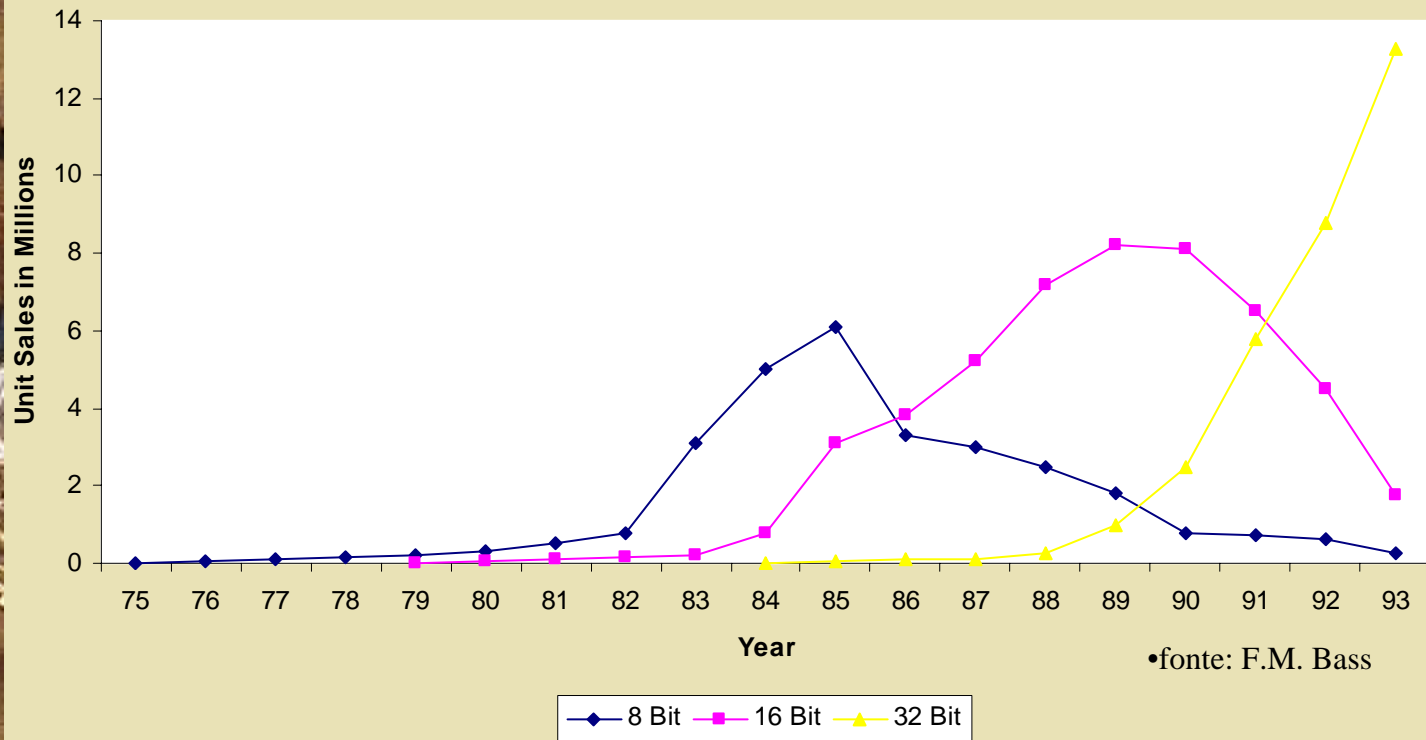
Generations of Mainframe Computers (Performance Units) 1974-1992



fonte: F.M. Bass

# Generazioni Successive dei PC

World Wide Sales of Generations of Desktop PC's







# Azioni di Marketing: Impatto sulle Diffusioni

## E' efficace una Campagna Pubblicitaria?

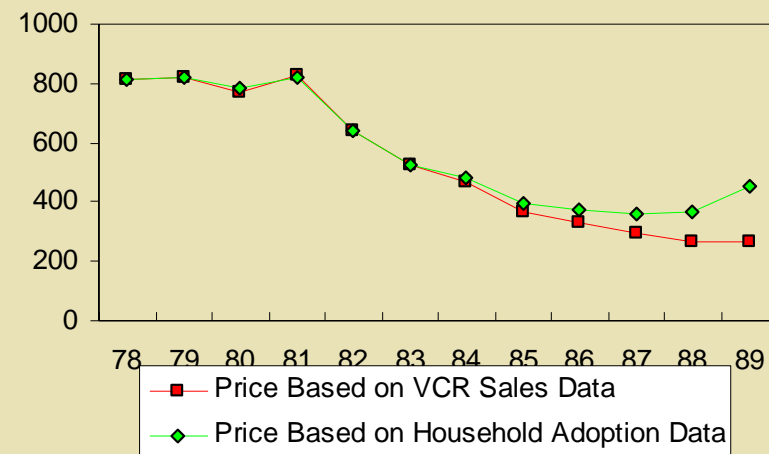
- Il Modello di Bass Generalizzato (GBM)
- Le Azioni di Marketing, Pubblicità, Prezzi, Servizi, Comunicazione possono modificare i tempi di risposta degli Innovatori e degli Imitatori.
- La curva non subisce solo semplici traslazioni: si può mutare la geometria locale del Tempo.
- I Tempi delle Adozioni vengono Contratti o Dilatati: Accelerazioni e Rallentamenti attraverso Politiche.
- Politiche stabili: Modello di Bass standard (BM)

# Modello di Bass Generalizzato (GBM):

Bass, Krishnan, e Jain (1994),  
*Marketing Science*

- Salto di qualità nella estensione della equazione di base
- Comprende il modello di Bass Standard (BM) come caso particolare
- Regimi dei prezzi: costanti, decrescenti esponenzialmente

Prices of VCR's Based on Sales Data and HH Adoption Data 1978-1989



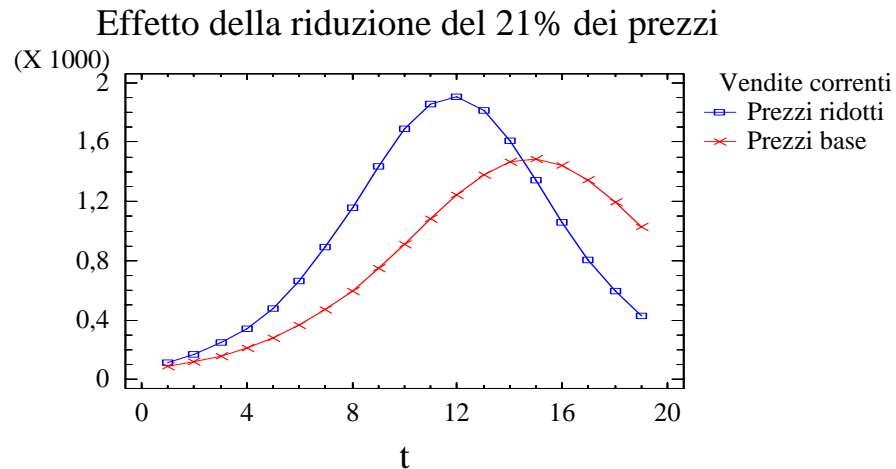
# I Modelli di Bass, BM e GBM

❖ BM:  $f(t)/[1-F(t)]=[p+qF(t)]$  “Standard”

❖ GBM:  $f(t)/[1-F(t)]=[p+qF(t)] x(t)$  “GBM”

❖  $x(t)$  è una funzione del tempo, integrabile, positiva, centrata sul “polo unitario” 1. Può accogliere rappresentazioni delle variazioni di prezzo e della pressione pubblicitaria mediante altre variabili concomitanti o differite.

# Effetto di prezzi più bassi



- $Q_2 = cS(t) = m[p + qF(t)][(1 - F(t))]ct$
- $C = P_1 Q_1 \rightarrow P_2 = P_1/c$



Coll a EfPre.sgp.Ink



# Alcune Applicazioni

- ❖ Scenari anticipativi senza dati:
- ❖ Televisione Satellitare
- ❖ Telefono Satellitare (Iridium)
- ❖ Proiettori LCD
- ❖ Adozioni Mondiali dei Telefoni Wireless
- ❖ Proiezioni di crescita mondiale dei PC

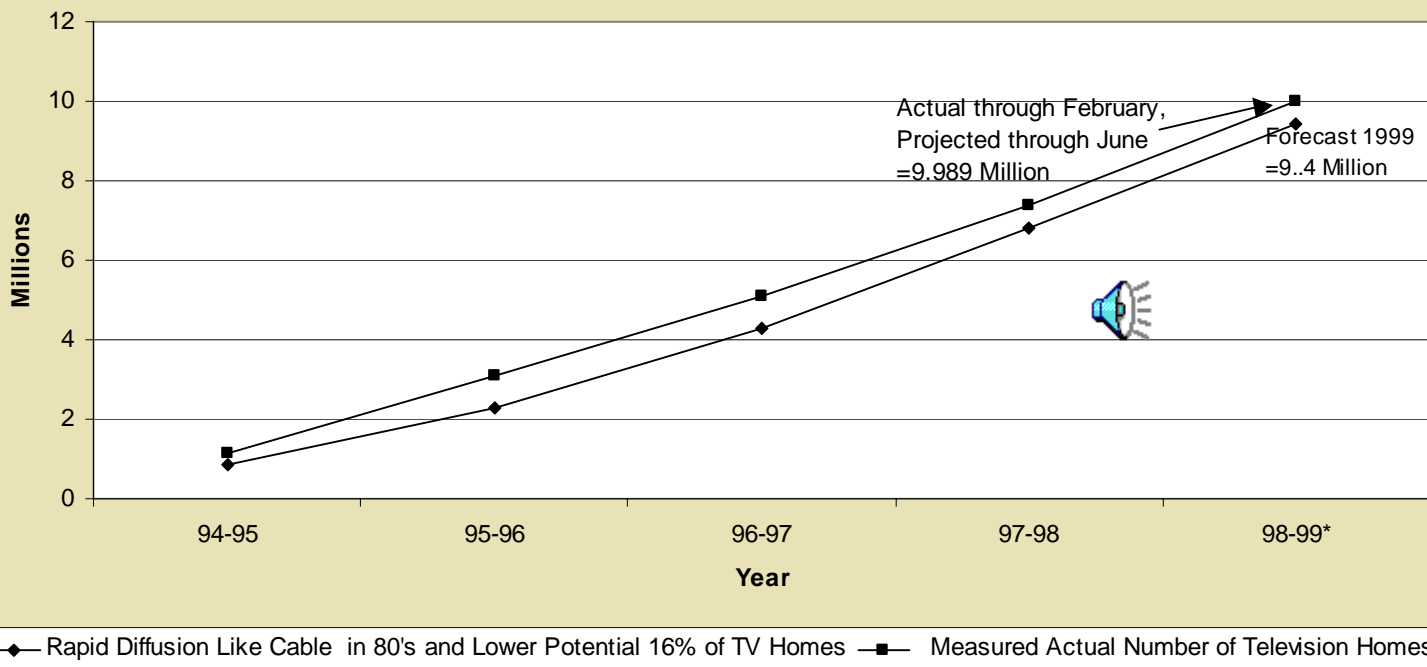


## Previsioni TV Satellitare -1993-

- ◆ “Adjusting Stated Intention Measures to Predict Trial Purchase of New Products: A Comparison ...” *Journal of Marketing Research* (1989), Jamieson and Bass
- ◆ “Guessing By Analogy”: Cable TV vs. Color TV

# Penetrazione TV Satellitare dal 1994 al 1999: Previsioni di Bass 1993 e Sottoscrizioni Effettive

1993 Bass Model Forecast of Satellite TV Subscriptions Under Scenario Chosen  
By Management Compared With Actual, 1994-1999 (99 Projected from February)

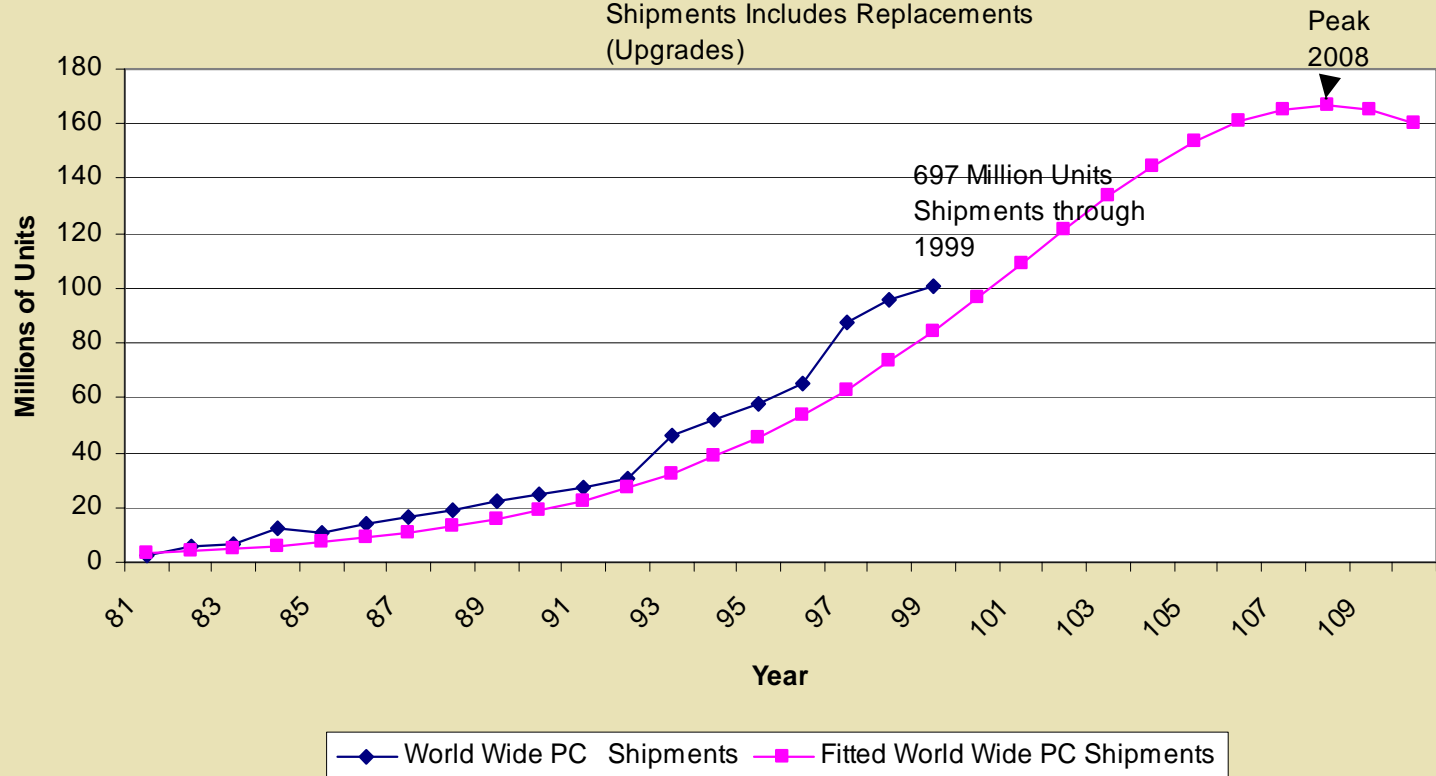


fonte F.M. Bass

# Previsione della Domanda Mondiale di PC, 1999-2010- Fonte: Bill Gates, *Newsweek* 5-31-99

**Actual Worldwide PC Shipments, 1981-1999 and Fitted and Projected Shipments, 1981-2010,  $m=3.384$  Billion,  $p= .001$ ,  $q= .195$**

Shipments Includes Replacements  
(Upgrades)

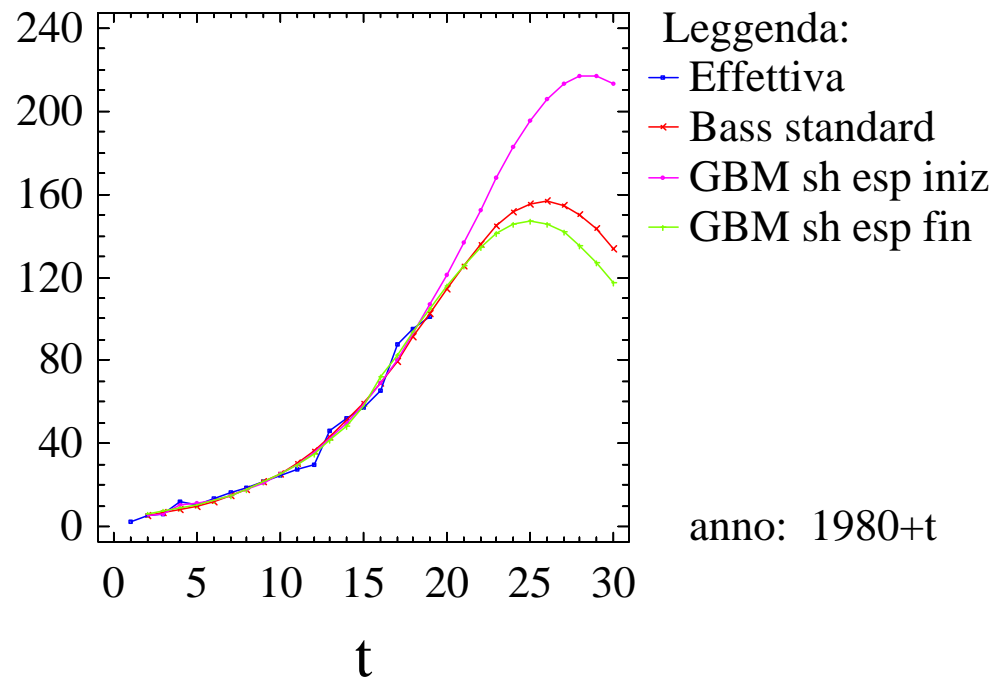


fonte: F.M. Bass



# Previsione della Domanda Mondiale di PC, 1999-2010- Fonte Dati: Bill Gates, *Newsweek* 5-31-99

## Previsioni Domanda Mondiale PC



Coll a PCveW.sgp.lnk

# Un Commento

- “Lo studio dei tempi di Saturazione di un fenomeno di Diffusione presuppone una congettura sulla **Natura del Ciclo di Vita**” .
- Il Ciclo di Vita può essere “**Breve**”, sostanzialmente “Unimodale” : modelli BM, GBM, Guseo-Bonaldo Multivariato per la caratterizzazione della “Contesa”.
- Il Ciclo di Vita può essere “**Lungo e Stazionario**” dopo una transizione: NB (Norton e Bass) e varianti di migrazione-cattura.

# Equation Solution: GBM

$$z'(t) = \left(p + q \frac{z}{m}\right)(m - z)x(t)$$

$$z(t) = m \frac{1 - e^{-(p+q) \int_0^t x(\tau) d\tau}}{1 + \frac{q}{p} e^{-(p+q) \int_0^t x(\tau) d\tau}}$$

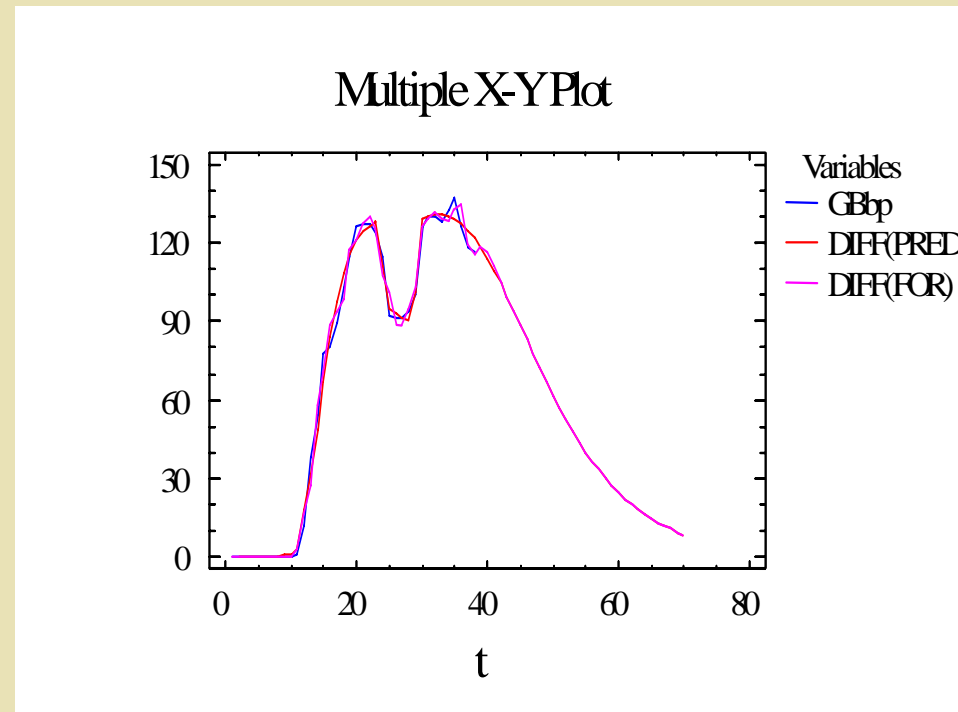
Exp. shocks  $x(t) = 1 + c_1 e^{b_1(t-a_1)} I_{(t>a_1)} + c_2 e^{b_2(t-a_2)} I_{(t>a_2)}$

Rect. shocks  $x(t) = 1 + c_1 I_{(t>a_1)} I_{(t<b_1)} + c_2 I_{(t>a_2)} I_{(t<b_2)}$

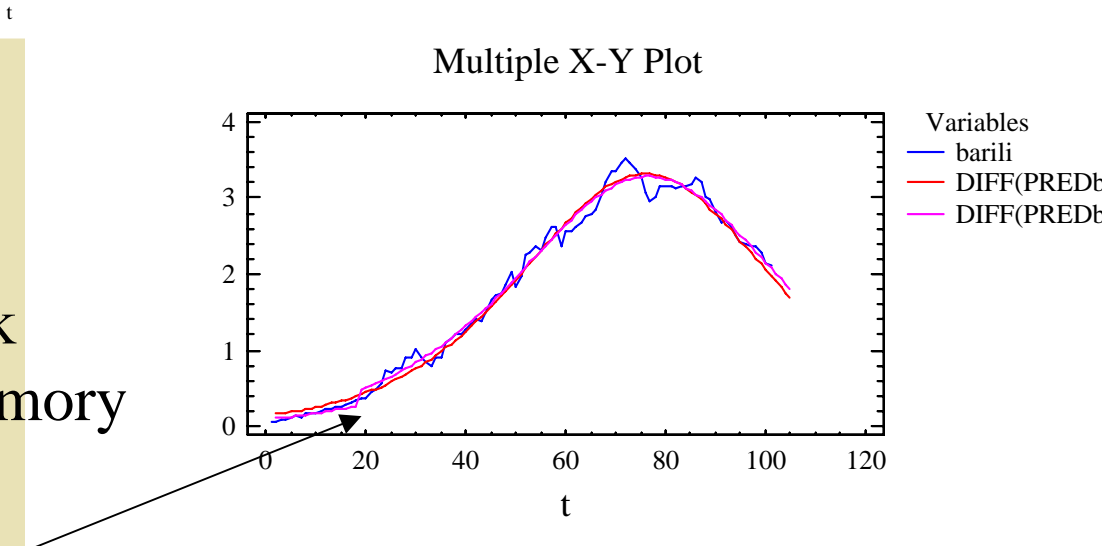
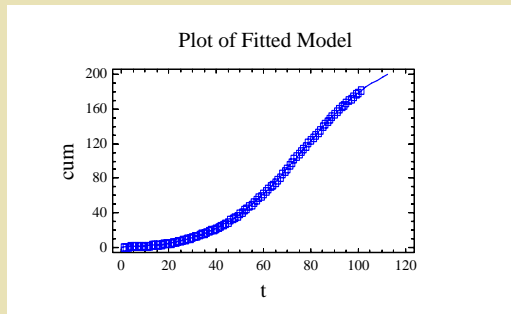
Mixed shocks  $x(t) = 1 + c_1 e^{b_1(t-a_1)} I_{(t>a_1)} + c_2 I_{(t>a_2)} I_{(t<b_2)}$

# Great Britain

- ◆ The “saddle” 1987-1991-1999 is perfectly absorbed by a rectangular shock:
- ◆ a) **Petroleum Revenue Tax** modification;
- ◆ b) pipelines restructuring 1986-1991; symmetric behaviour confirms ordinary regime;
- ◆ c) **partial production stall** due to the reduction of new discoveries.

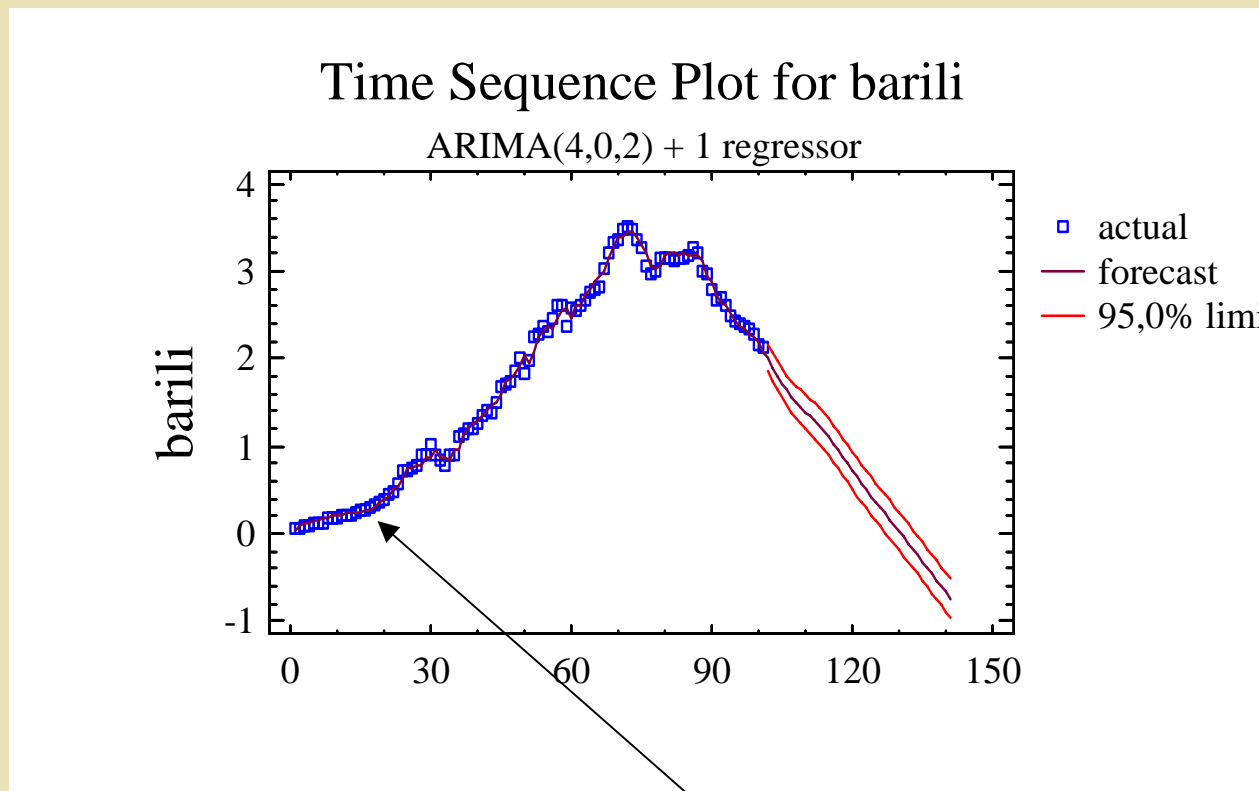


# USA: 48 lower States and Alaska, one exponential shock



Positive shock  
with local memory

# USA: 48 lower States and Alaska, ARMAX(4,0,2) sharpening

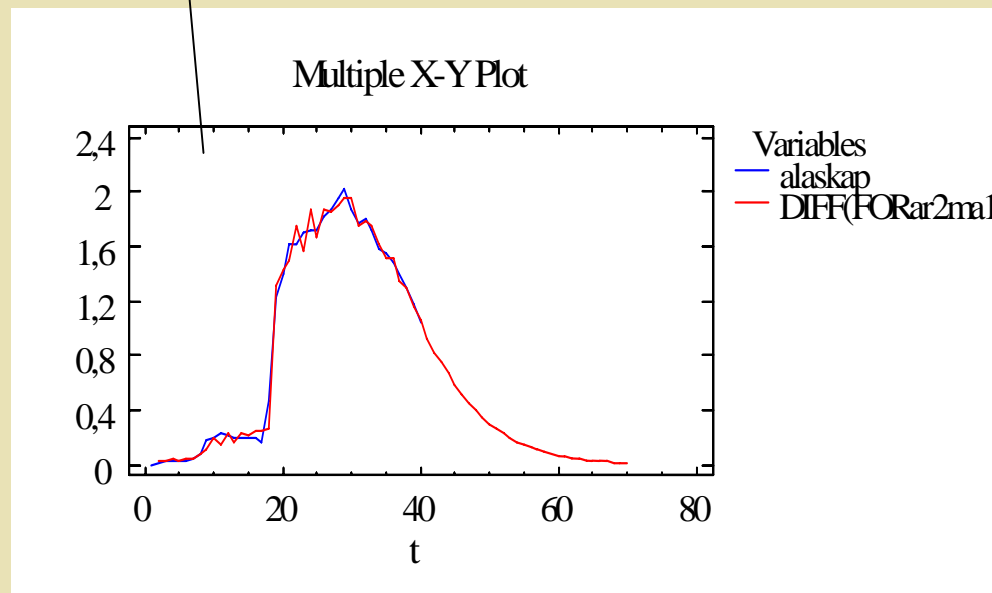
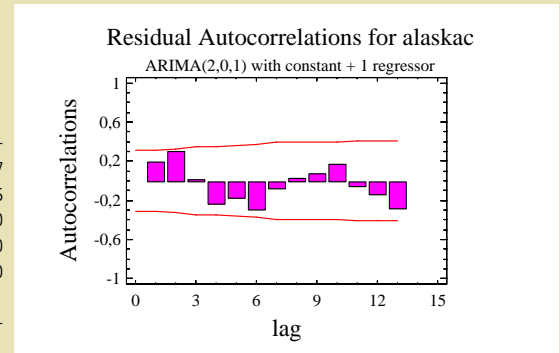


Shock: 1918

# Alaska: ARMAX(2,0,1) sharpening

ARIMA Model Summary				
Parameter	Estimate	Std. Error	t	P-value
AR(1)	0,323713	0,100318	3,22686	0,002667
AR(2)	-0,172177	0,054492	-3,15967	0,003195
MA(1)	-0,818595	0,102552	-7,98224	0,000000
PREDbme1	0,847508	0,0501864	16,8872	0,000000
Mean	-0,0143829	0,0282678	-0,508809	0,613990
Constant	-0,0122034			

Backforecasting: yes  
 Estimated white noise variance = 0,00281514 with 36 degrees of freedom  
 Estimated white noise standard deviation = 0,0530579  
 Number of iterations: 20





# World Oil data: Daily Production

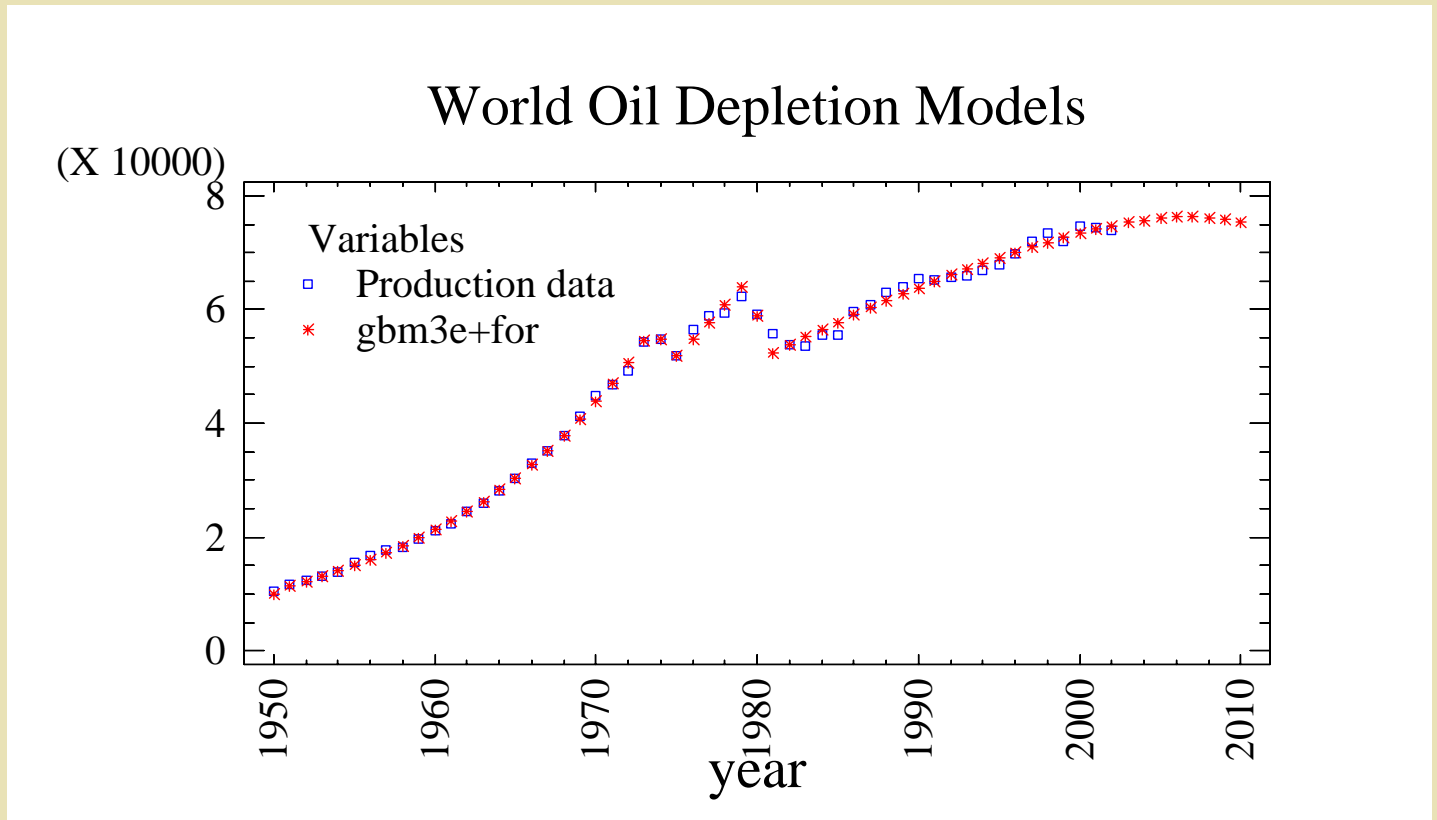
## Sources:

- Industriedatenbank 2001 (1900 – 1986)
- BP Statistical Review of World Energy (1987-2002)

Guseo R., Dalla Valle A., Guidolin M. (2007). World Oil Depletion Models: Price Effects Compared with Strategic or Technological Interventions, *Technological forecasting and social Change*, 74(4), 452-469



# GBM: 3 exp shocks (memory persistence)



# GBM 3 exp shocks: estimates (memory persistence)

Table 3

$q/p = 608 \rightarrow Q_p = 1\%$ ;

World oil depletion: GBM estimates with three exponential shocks.

$m = 4174561$	$p = 0.00010439$	$q = 0.063497$
$c_1 = -0.3021860$	$b_1 = 0.05674$	$a_1 = 80.50$
$c_2 = 0.0717753$	$b_2 = 0.07187$	$a_2 = 51.07$
$c_3 = -0.2272032$	$b_3 = 0.07098$	$a_3 = 74.60$

$$R^2 = 0,999994708$$

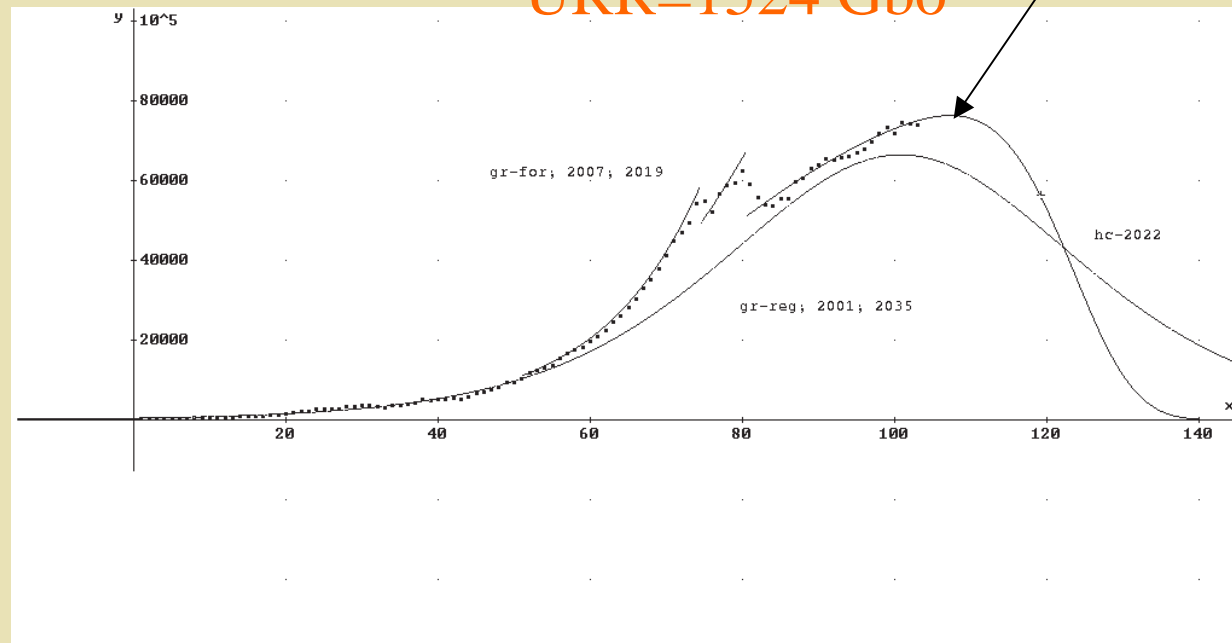
$$F(m, parz/+195) = 17,06$$

# World Oil Depletion: GBM with three shocks vs Hubbert-Bass



Oil Peak: 2007

URR=1524 Gbo



Depletion time 90% : 2019

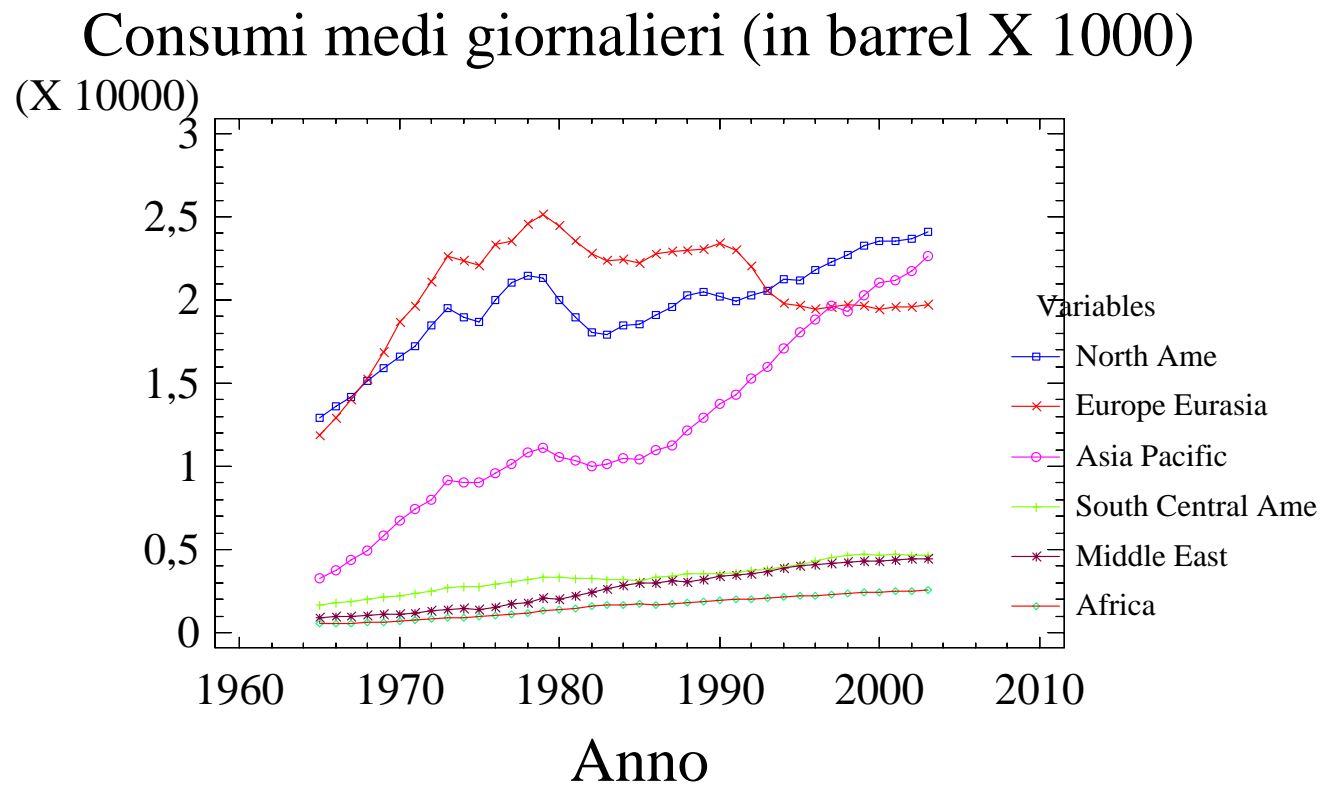
Depletion time 95% : 2023



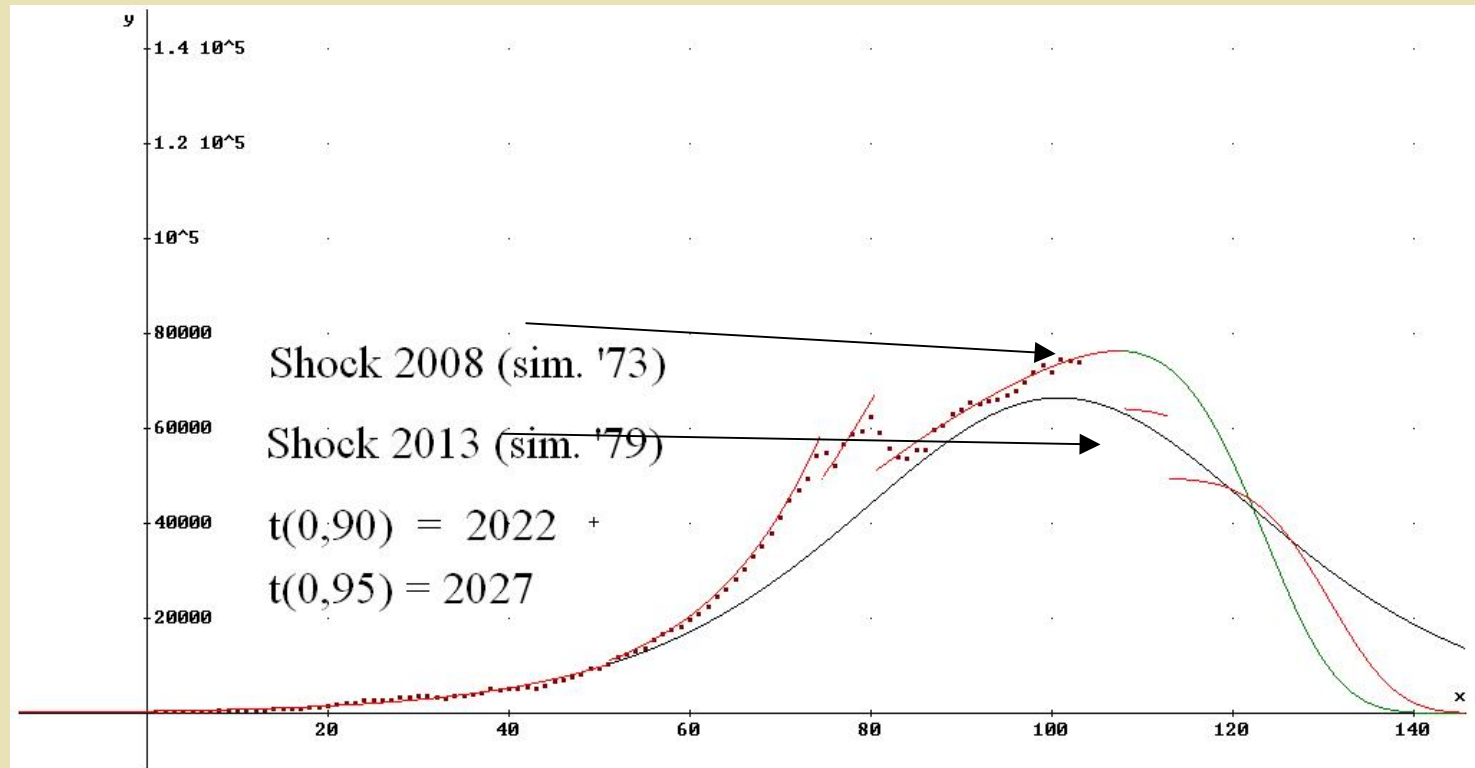
# New Emergent Economies

- ◆ Increase in crude oil requirements by recent emergent economies: **China, India, and other Asiatic countries;**
- ◆ US EIA (Energy Information Administration) “forecasts” a world oil demand of 40 Gbo/year (or 109.6 milion daily barrels) in 2020;
- ◆ Guseo, Dalla Valle, Guidolin (2007) and Bakhtiari (2004) forecast, in 2019-20, only 55 milion daily barrels.

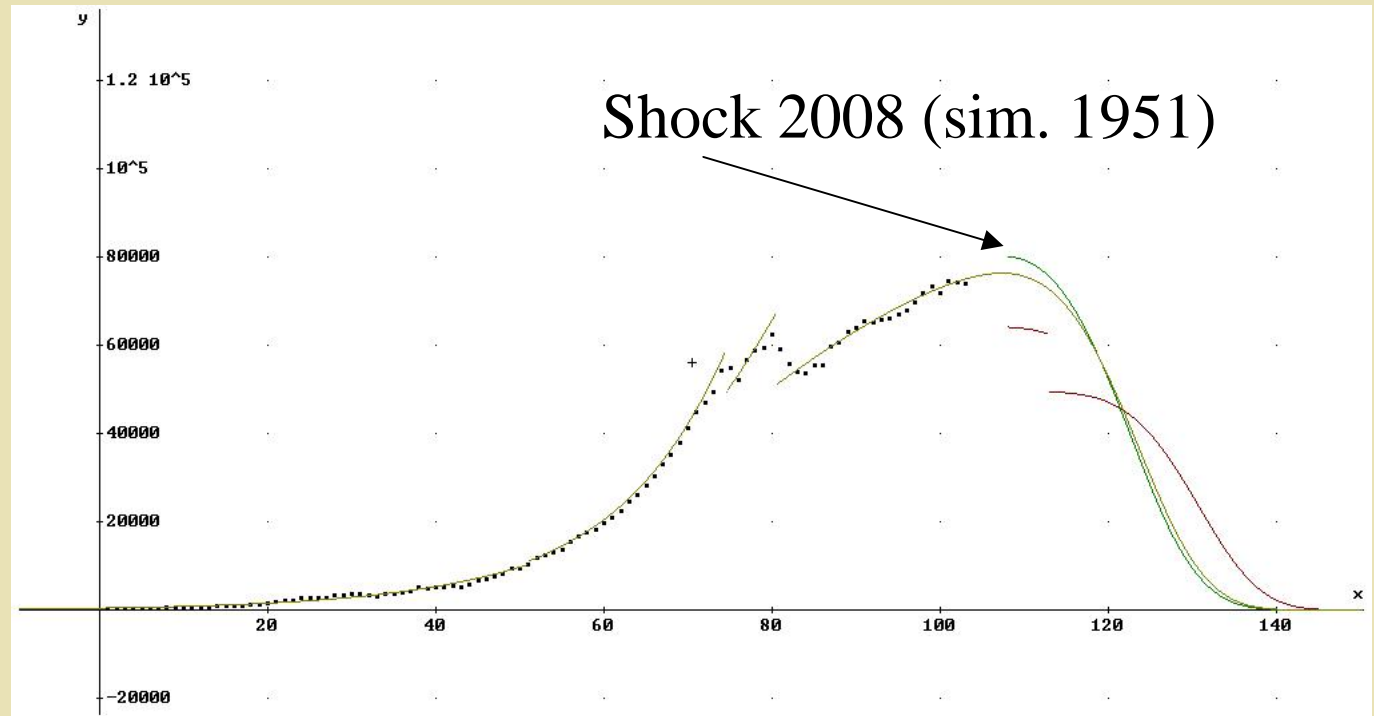
# Crude Oil: Area consumption



# World Oil Depletion: GBM with three shocks vs Hubbert-Bass vs five shocks scenario



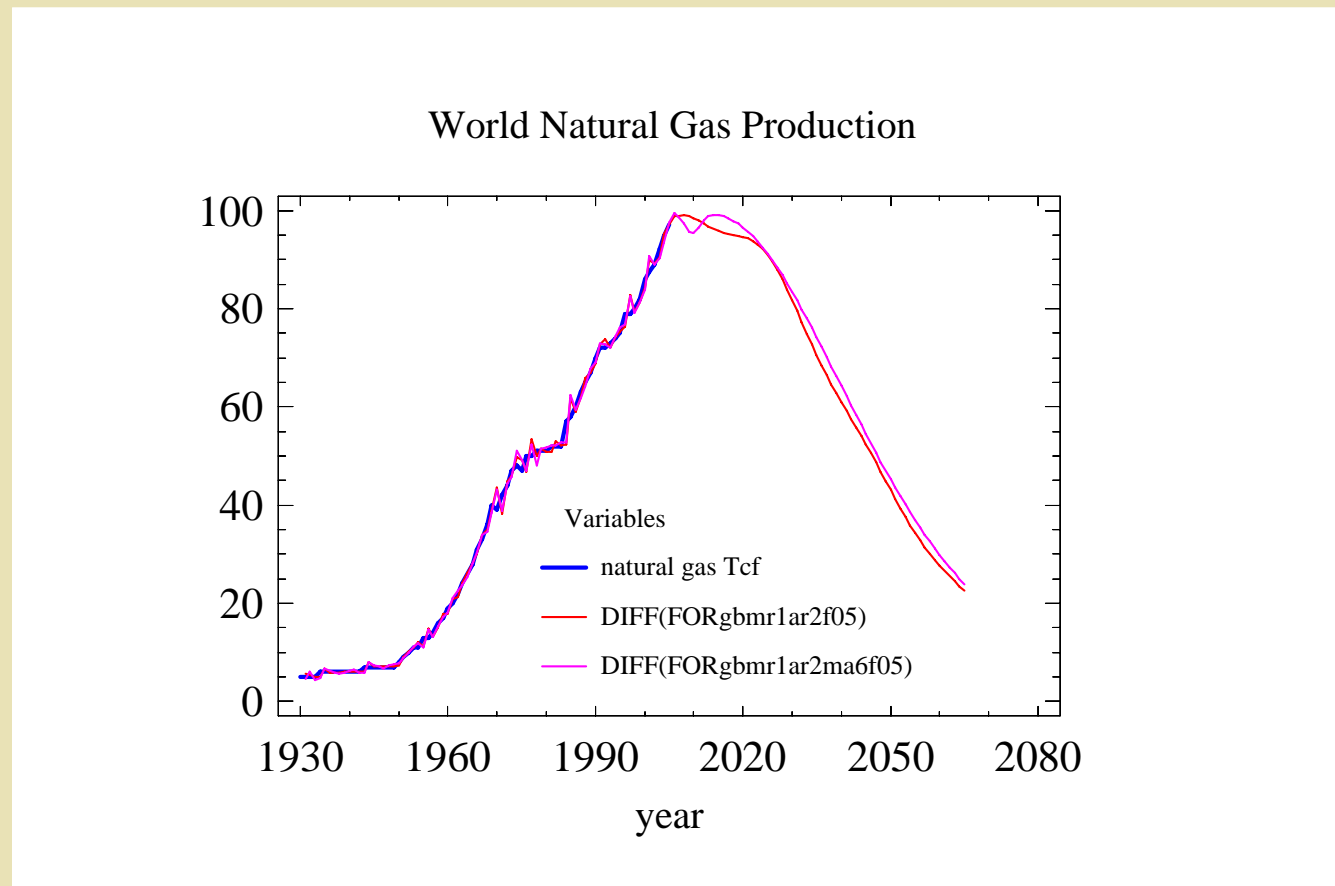
# World Oil Depletion: GBM with three shocks vs five shocks vs four shocks scenarios



Depletion time 90% : 2017

# Natural Gas Production, Tcf/Y: World

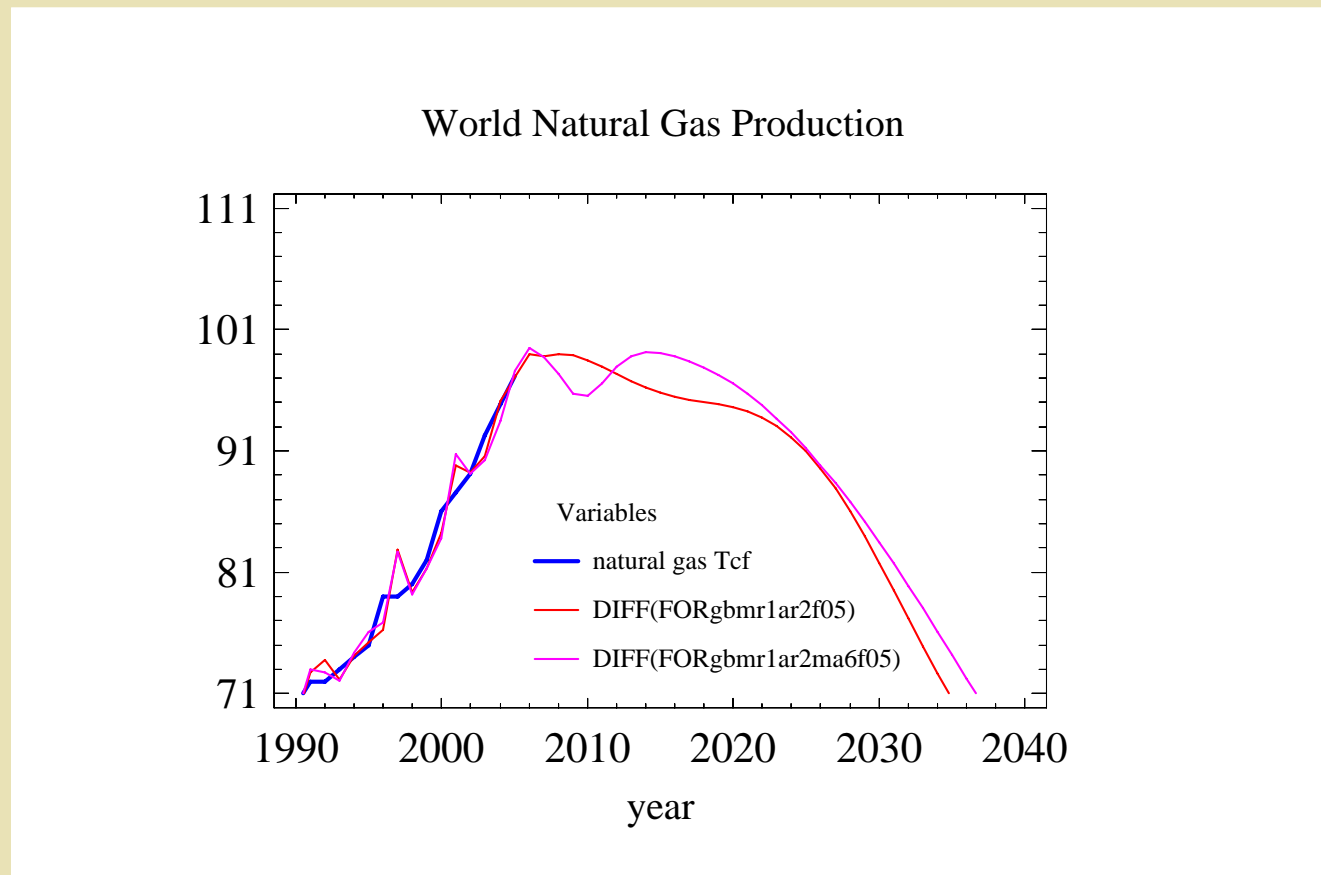
One r. shock GBM; ARMAX(2,0,0) or ARMAX(2,0,6)





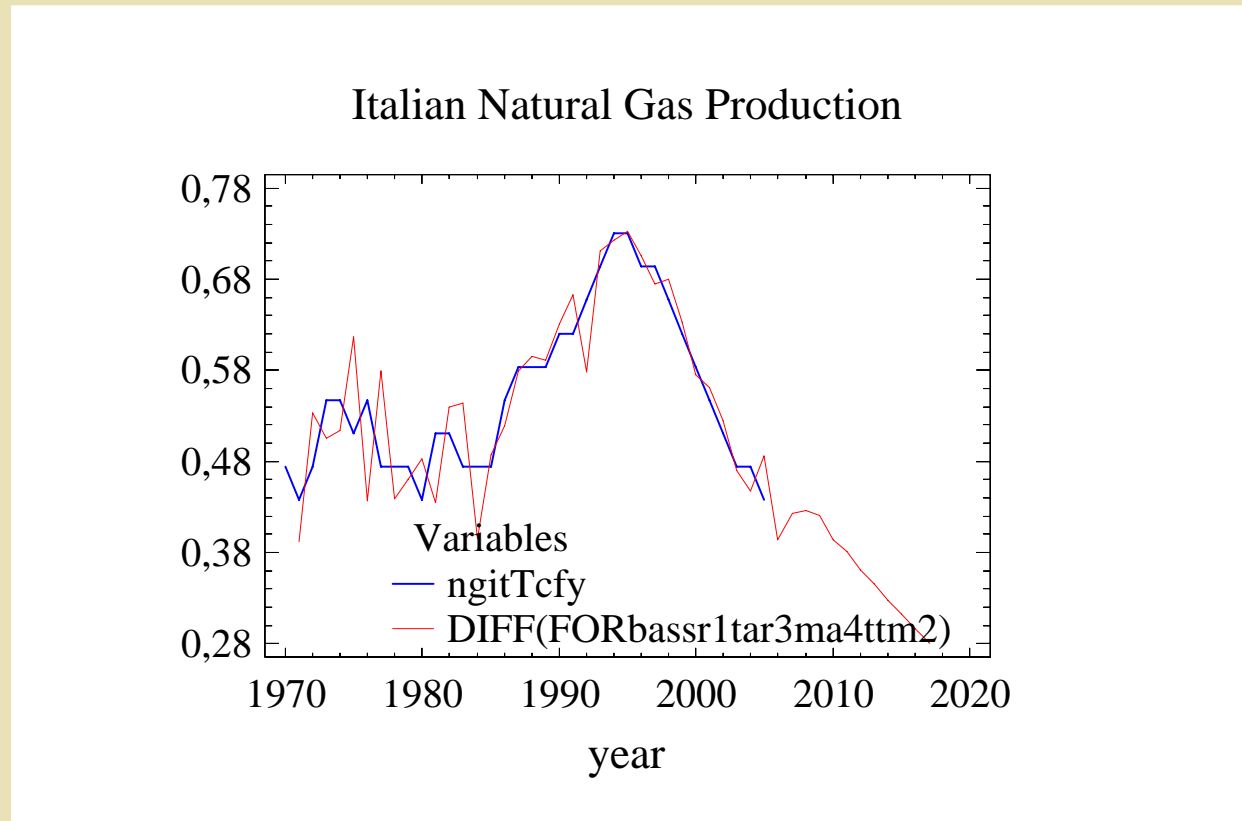
# Natural Gas Production, Tcf/Y: World

One r. shock GBM; ARMAX(2,0,0) or ARMAX(2,0,6)



# Natural Gas Production, Tcf/Y: Italy

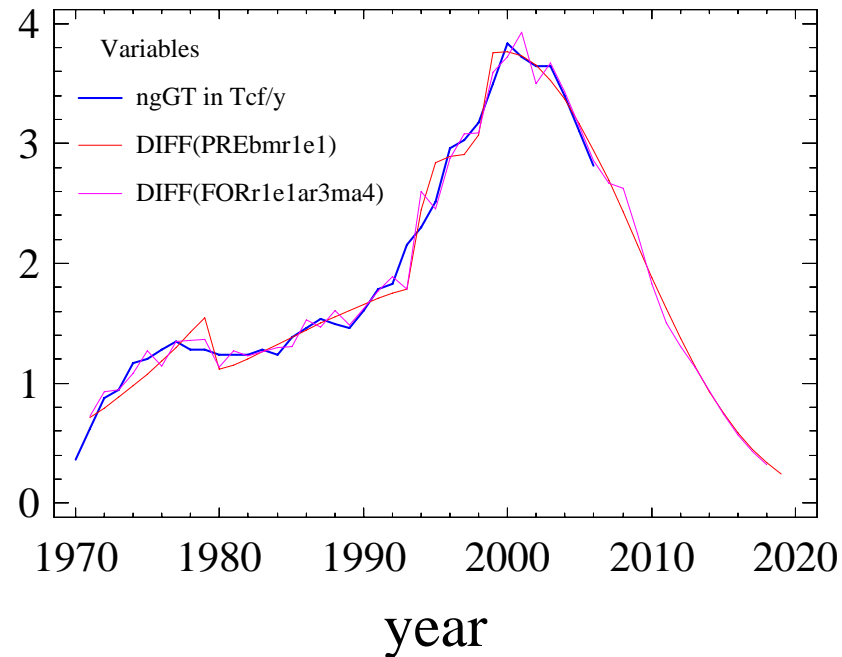
One r. shock GBM, ARMAX(3,0,4)



# Natural Gas Production, Tcf/Y: Great Britain

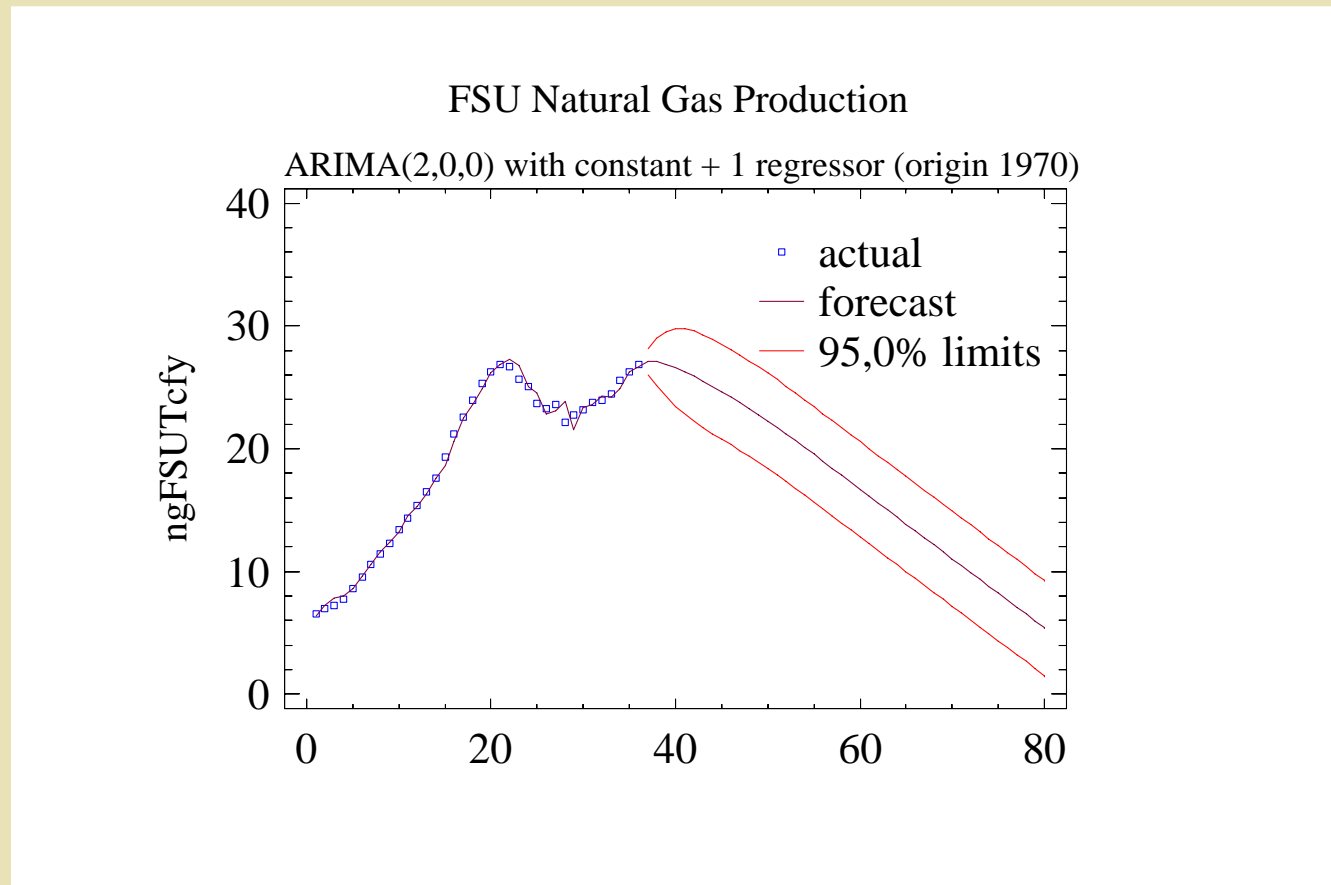
Two mixed shocks GBM; ARMAX(3,0,4)

Great Britain natural gas production



# Natural Gas Production, Tcf/Y: Former Soviet Union, FSU

Two ex. shocks GBM, ARMAX(2,0,0)



# Dynamic Market Potential

Information and communication dynamics: agent-based models and “meanfield approximation”.

$$m(t) = K \sqrt{\left( \frac{1 - e^{-(pc + qc)t}}{1 + \frac{qc}{pc} e^{-(pc + qc)t}} \right)}$$

$m(t)$  = dynamic market potential;

$pc$  = innovative communication parameter;

$qc$  = imitative communication parameter

# Dynamic Market Potential: a coevolutive model

$$z'(t) = m(t) \left( ps + qs \frac{z(t)}{m(t)} \right) \left( 1 - \frac{z(t)}{m(t)} \right)$$

$$z(t) = m(t) \left( \frac{1 - e^{-(ps + qs)t}}{1 + \frac{qs}{ps} e^{-(ps + qs)t}} \right)$$

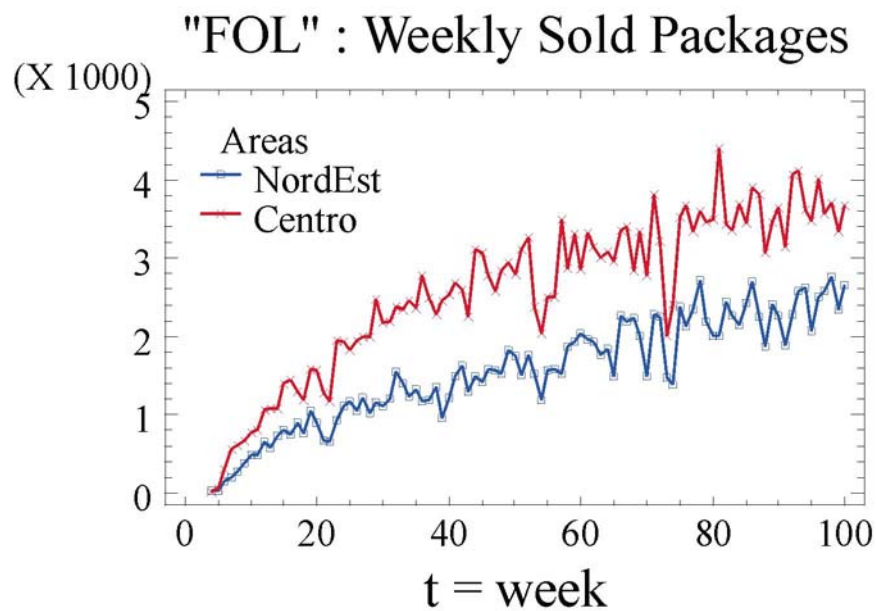
$m(t)$  = dynamic market potential;

$ps$  = innovative adoption parameter;

$qs$  = imitative adoption parameter

# “FOL”: Centro e Nord-Est

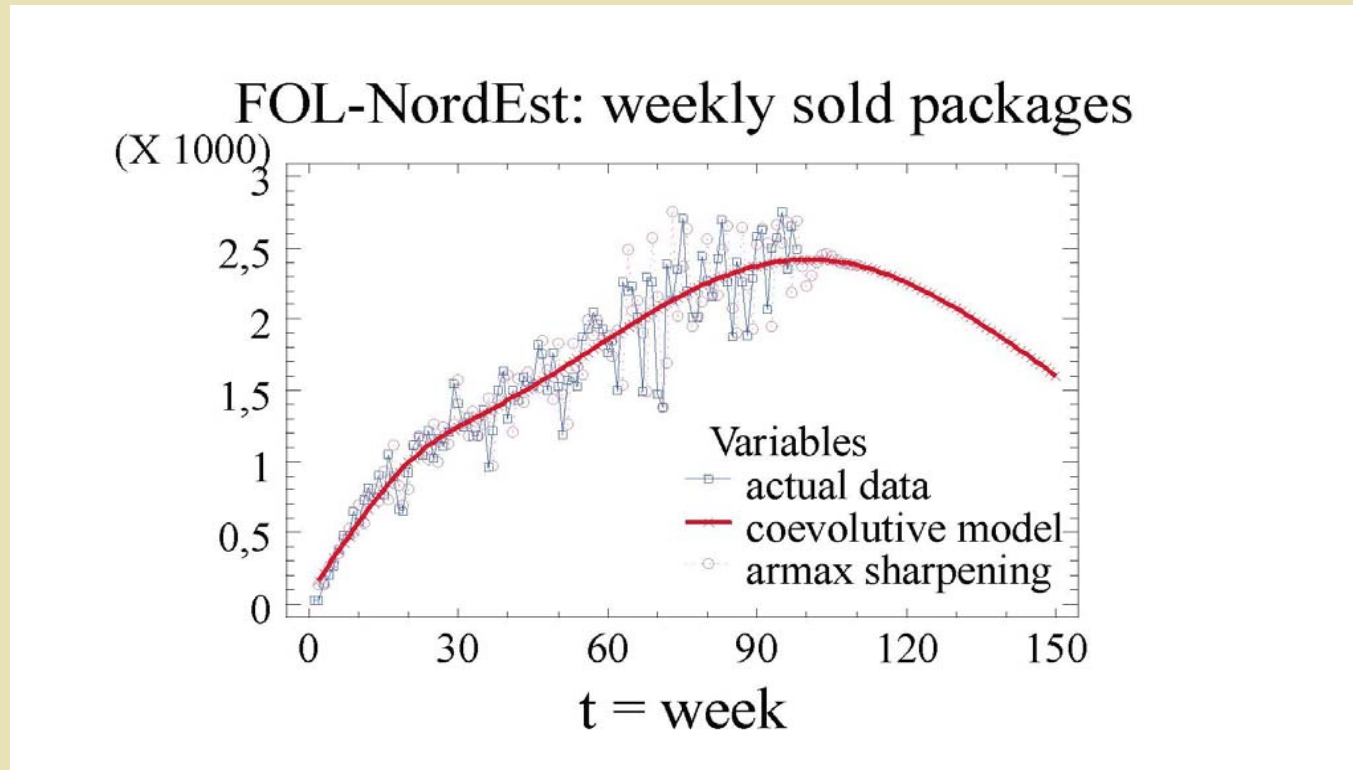
Fonte dati: IMS Health



# “FOL”: Nord-Est

Fonte dati: IMS Health

BM with market dynamic potential; ARMAX(2,0,0)

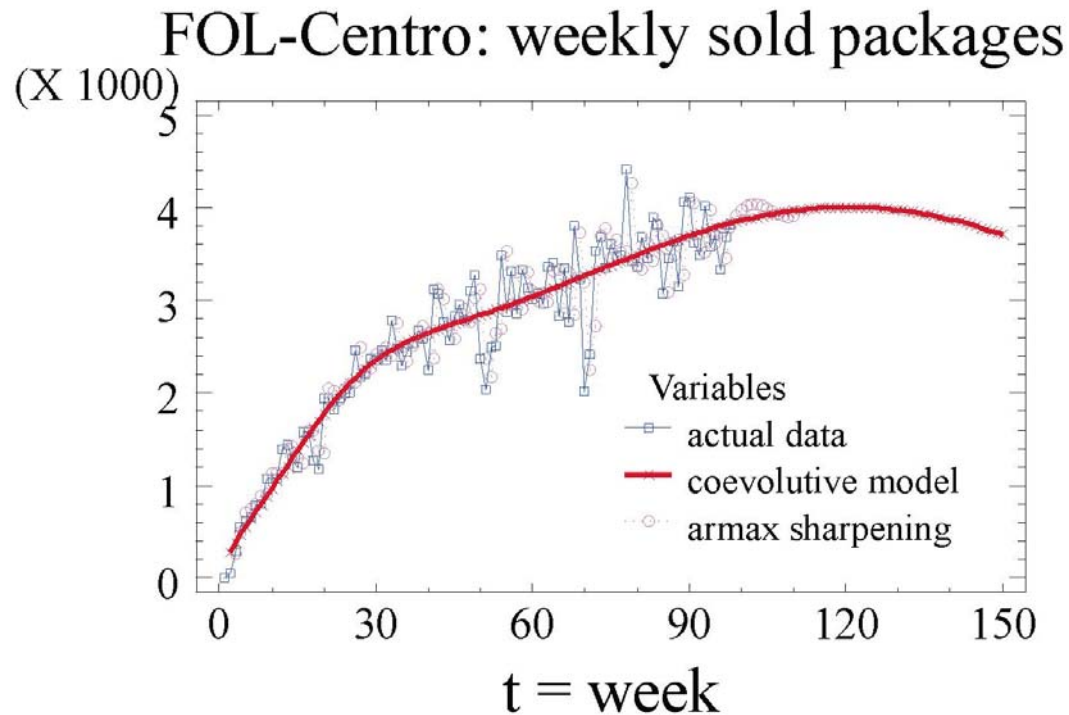




# “FOL”: Centro

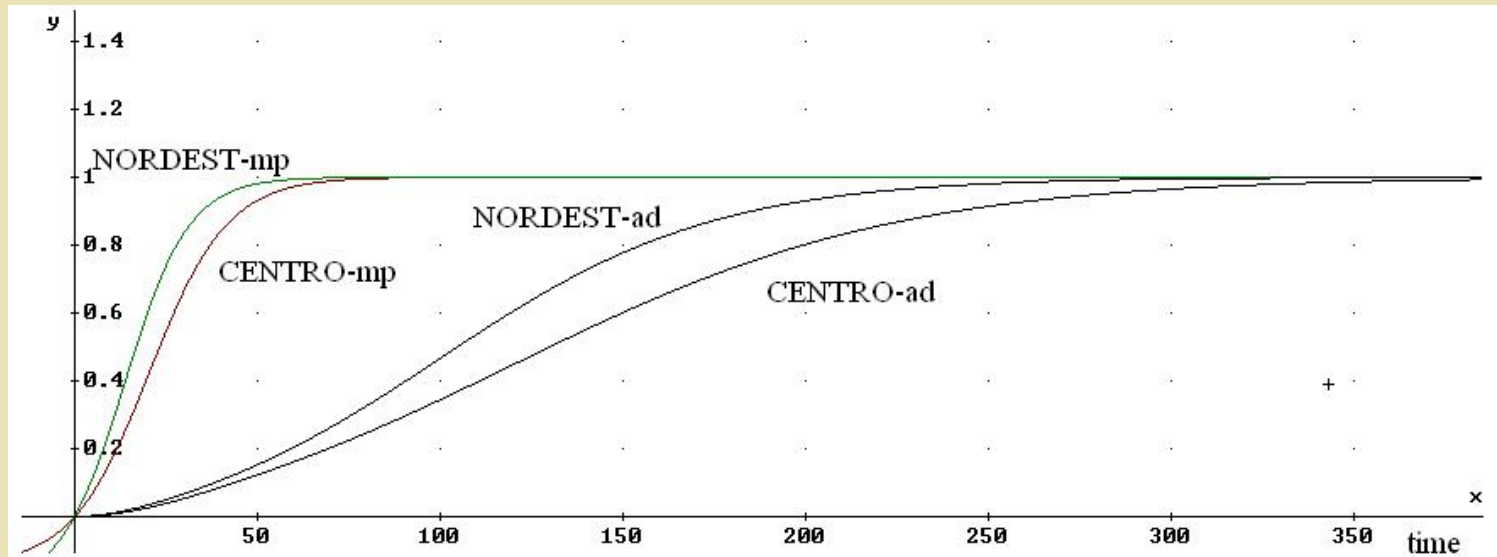
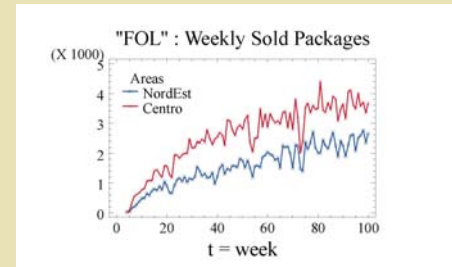
Fonte dati: IMS Health

BM with market dynamic potential; ARMAX(2,0,1)



# “FOL”: Centro e Nord-Est

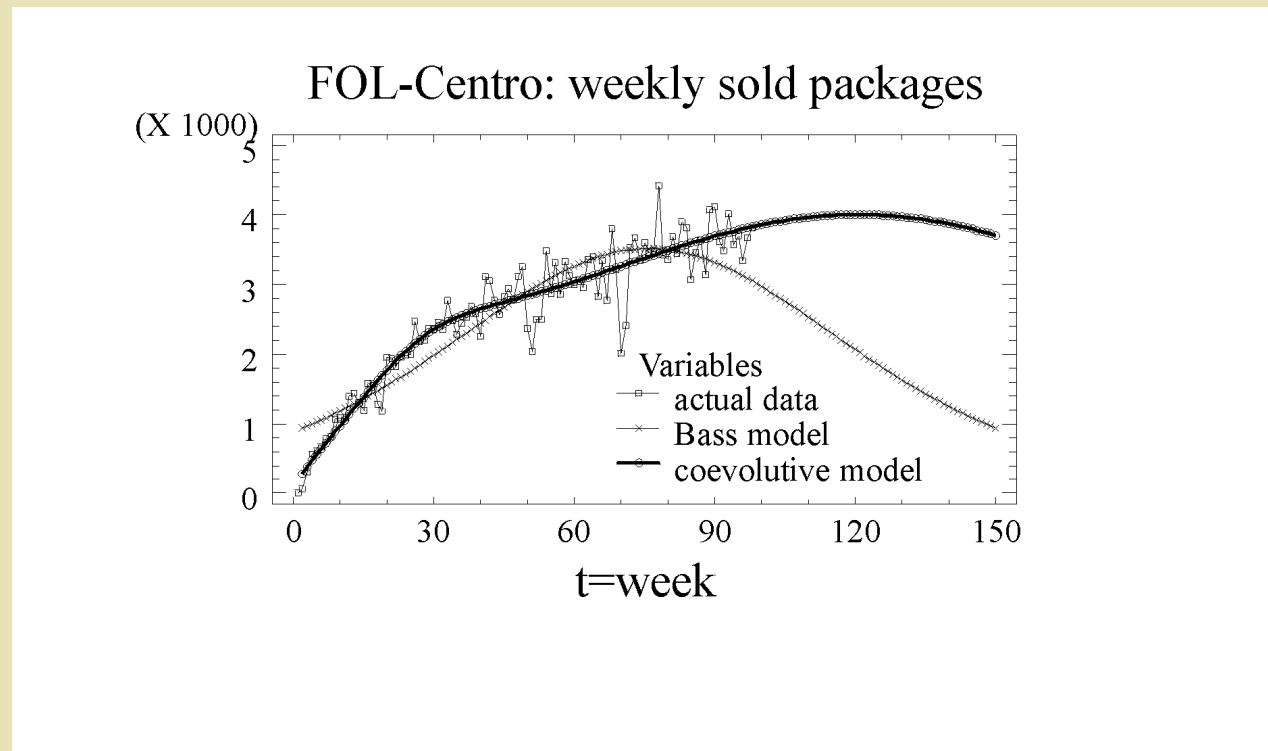
Fonte dati: IMS Health



# “FOL”: Centro

Fonte dati: IMS Health

BM with dynamic market potential; ARMAX(2,0,1);  
BM with constant market potential.



# Dynamic Market Potential: Network Externalities Effects

$$m(t) = KP(H < v(t)) = K\Phi((v(t) - \mu) \wedge \sigma)$$

$m(t)$  = dynamic market potential;

$v(t) = z(t)/m(t)$  dynamic share;

$H$  = personal threshold: price/benefits

# Dynamic Market Potential: Network Externalities Effects

$$z(t) = m(t) \left( \frac{1 - e^{-(ps + qs)t}}{1 + \frac{qs}{ps} e^{-(ps + qs)t}} \right)$$

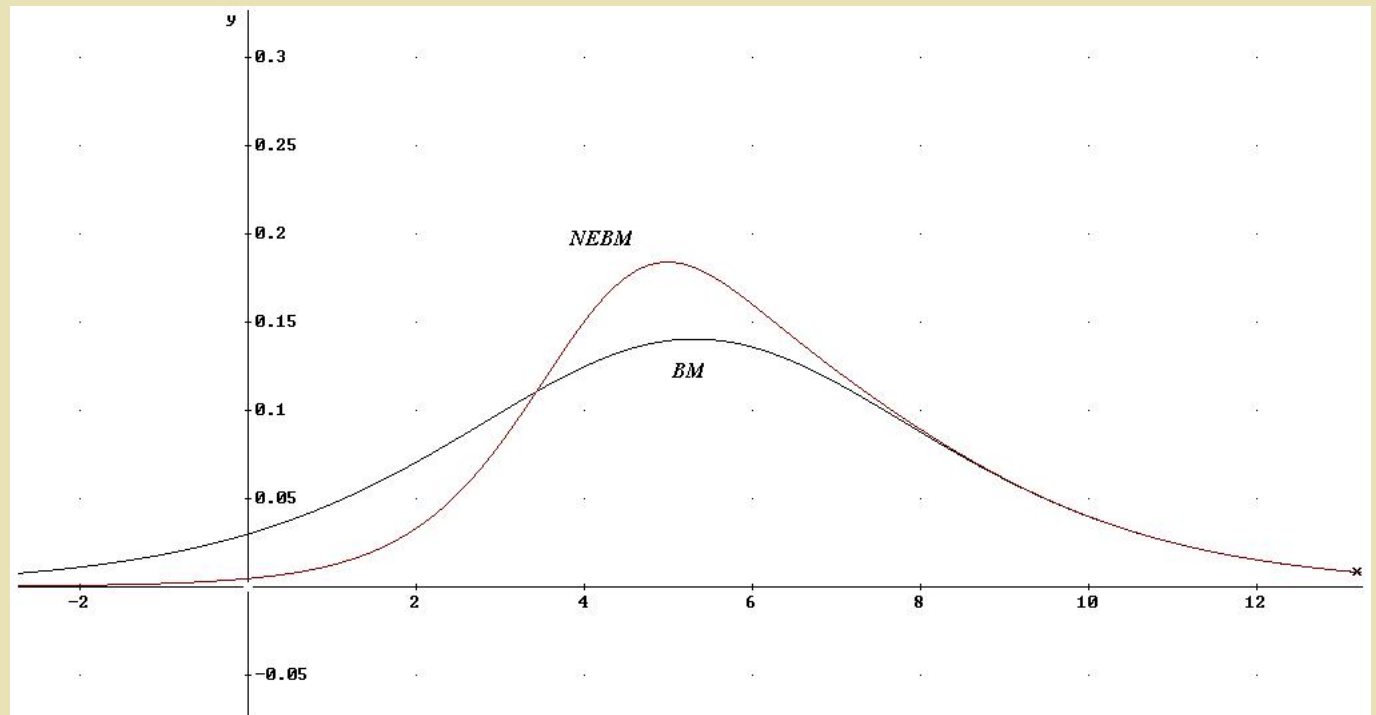
$m(t)$  = dynamic market potential;

$ps$  = innovative adoption parameter;

$qs$  = imitative adoption parameter

# Dynamic Market Potential: Network Externalities Effects

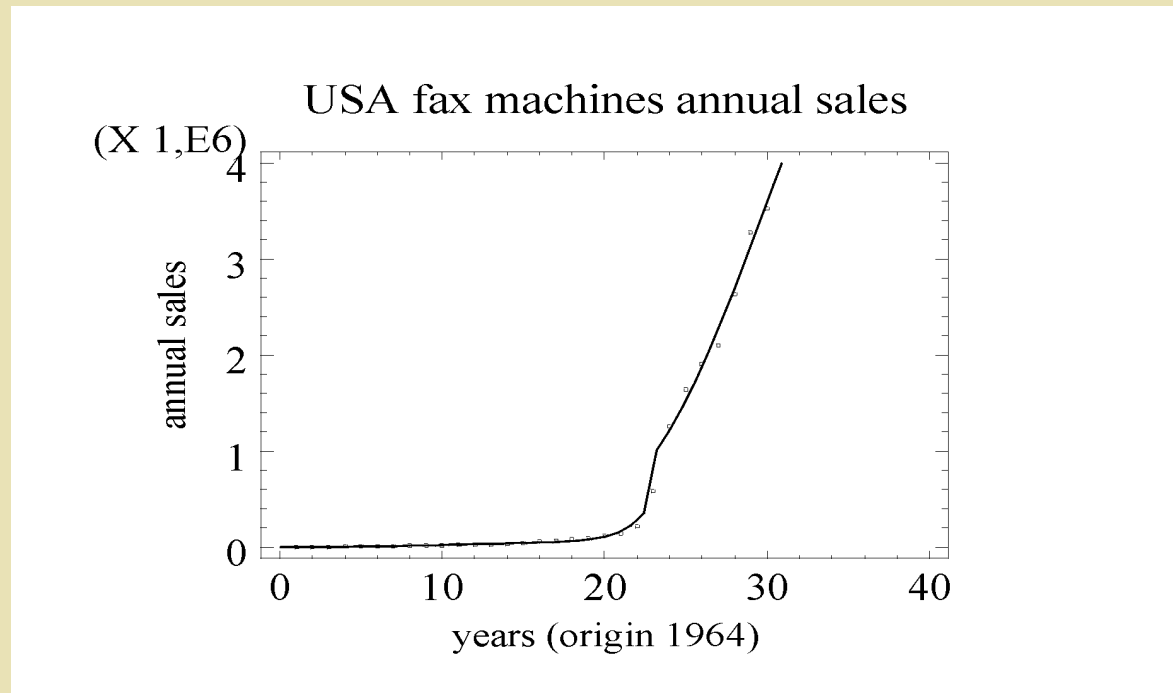
Non-cumulative network externalities effects: standard Bass model (BM) vs. chilling effects during incubation period due to externalities (NEBM).



# Dynamic Market Potential: Network Externalities Effects

Data source: CBEMA, Information Technology  
Industry Data Book;

USA fax machines (1965-1994)



# Un Commento Necessario

- “Lo studio dei tempi di Saturazione di un fenomeno di Diffusione presuppone una congettura sulla **Natura del Ciclo di Vita**” .
- Il Ciclo di Vita può essere “**Breve**”, sostanzialmente “Unimodale” : modelli BM, GBM, Coevolutive models: mercato potenziale variabile; Guseo-Bonaldo Multivariato per la caratterizzazione della “Contesa”.
- Il Ciclo di Vita può essere “**Lungo e Stazionario**” dopo una transizione: NB (Norton e Bass) e varianti di migrazione-cattura.